SOMME NOTEVOLI

1. Somma dei primi n numeri naturali

$$\sum_{k=1}^{n} k = 1+2+3+....+n = n\cdot\frac{(n+1)}{2}$$ (per n=100 è l'idea del piccolo Gauss, si può leggere come valor medio per il numero degli elementi da sommare, vale per tutte le somme di numeri in progressione aritmetica)

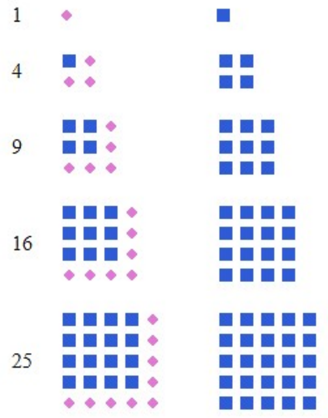
dimostrazione per **INDUZIONE:**
- la formula è banalmente vera per n=1
- dimostro che, supposta vera per n, sia vera per n+1

$$=(1+2+3+....+n)+(n+1)=\frac{n(n+1)}{2}+(n+1)=\frac{n(n+1)+2n+2}{2}=\frac{n^2+3n+2}{2}=\frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

2. Somma dei primi n numeri dispari

$$\sum_{k=1}^{n}(2k-1)=1+3+5+....+2n-1=n^2$$

interpretazione geometrica:



dimostrazione per **INDUZIONE:**
- la formula è banalmente vera per n=1
- dimostro che, supposta vera per n, sia vera per n+1

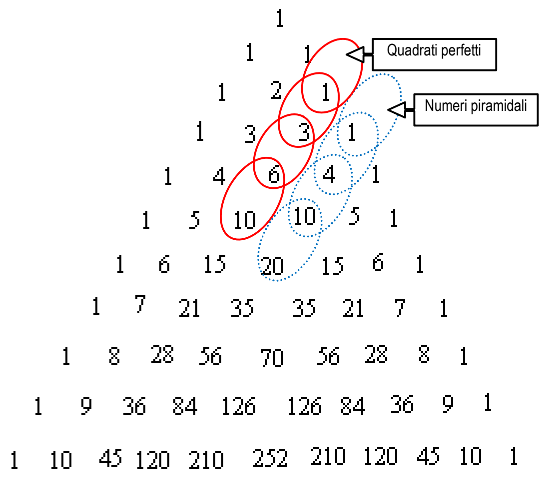
$$(1+3+5+....+2n-1)+(2n+1)=$$
$$=(n^2)+(2n+1)=(n+1)^2$$

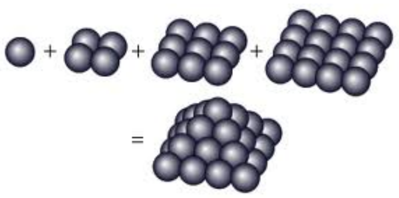
3. Somma dei primi n quadrati perfetti

(vd.una dimostrazione costruttiva: http://www.saveriocantone.net/profcantone/matematica/succ_serie/La_somma_dei_primi_n_quadrati_perfetti.pdf)

$$\sum_{k=1}^{n}k^2=1+4+9+16+....+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}=$$
$$=\binom{n+1}{3}+\binom{n+2}{3}$$

Sul triangolo di Tartaglia:
nella diagonale k=2 ci sono i quadrati perfetti (rossi)
nella diagonale k=3 ci sono le somme dei primi n quadrati, detti numeri piramidali (blu)





dimostrazione per **INDUZIONE** :
- la formula è banalmente vera per n=1
- dimostro che, supposta vera per n, sia vera per n+1

$$=1+4+9+16+....+n^2+(n+1)^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}+(n+1)^2=\frac{n(n+1)(2n+1)+6(n+1)(n+1)}{6}$$

$$=(n+1)\cdot\frac{n(2n+1)+6(n+1)}{6}=(n+1)\cdot\frac{2n^2+n+6n+6}{6}=(n+1)\cdot\frac{(n+2)(2n+3)}{6}=\frac{(n+1)(n+2)(2(n+1)+1)}{6}$$