Successioni NOTEVOLI

1. Progressioni aritmetiche:

sono successioni per cui: $a_{n+1} = a_n + d$, ovvero la **differenza** tra due termini consecutivi è sempre la ragione d

ES.: la successione dei naturali (d=1), dei numeri pari (d=2), dei multipli di 3 (d=3)

per le progressioni aritmetiche è possibile calcolare le somme parziali:

$S_n = a_1 + a_2 + ... + a_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + d + d) .... + (a_1 + (n-1)d)$ (per la definizione)

$= na_1 + d + 2d .... + (n-1)d$ (sommo gli n termini a_1 e le ragioni d)

$= na_1 + d(1 + 2 + 3 .... + (n-1))$ (d moltiplica la somma dei primi n interi (cfr. idea Gauss)

$$\boxed{S_n = na_1 + d\frac{n(n-1)}{2}}$$

2. Progressioni geometriche

sono successioni per cui: $a_{n+1} = a_n \cdot q$, ovvero il **rapporto** tra due termini consecutivi è sempre la ragione q

per le succ. geometriche è possibile calcolare le somme parziali:

$S_n = a_1 + a_2 + ... + a_n = a_1 + (a_1 \cdot q) + (a_1 \cdot q^2) .... + (a_1 \cdot q^{n-1})$ (per la definizione)

$= a_1 (1 + q + q^2 + q^3 + ...q^{n-1})$ (raggruppo i termini a_1)

$= a_1 \frac{(1 + q + q^2 + q^3 + ...q^{n-1}) \cdot (1-q)}{(1-q)}$ (moltiplico e divido per (1-q) a condizione che q≠1)

$$= a_1 \frac{(1 \cancel{-q} \cancel{+q} \cancel{-q^2} \cancel{+q^2} - \cancel{q^3} + ... \cancel{+q^{n-1}} - q^n)}{(1-q)}$$

$$\boxed{S_n = a_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}}$$ se q≠1

ES.: la successione $a_1 = 2$ e $a_{n+1} = a_n \cdot 2$ ($2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 32, ...$)

ES.: la successione $a_1 = \frac{1}{2}$ e $a_{n+1} = a_n \cdot \frac{1}{2}$ ($\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, ...$)

---

3. altre successioni

- la successione di Fibonacci $a_1 = 1$; $a_2 = 1$ e $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$ ($1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...$)

non è una progressione aritmetica e neppure una progressione geometrica