

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

$$\begin{aligned} A(1,2) &\rightarrow \begin{cases} 4 + 1 + a + 2b + c = 0 \\ 9 + 3a + c = 0 \\ 3 + \sqrt{3}b + c = 0 \end{cases} \\ B(3,0) &\rightarrow \\ C(0,\sqrt{3}) &\rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 5 + a + 2b + c = 0 \\ c = -9 - 3a \\ 3 + \sqrt{3}b + c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5 + a + 2b - 9 - 3a = 0 \\ c = -- \\ -- \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2b - 2a = 4 \\ c = -- \\ -- \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = b - 2 \\ c = -9 - 3(b - 2) \\ -- \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = b - 2 \\ c = -9 - 3b + 6 \\ -- \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = b - 2 \\ c = -3 - 3b \\ 3 + \sqrt{3}b - 3 - 3b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = b - 2 \\ c = -3 - 3b \\ b(\sqrt{3} - 3) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -2 \\ c = -3 \\ b = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \boxed{x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0}$$