

CONICHE e formule di rotazione

Una Conica è il luogo geometrico dei punti del piano generato dall'intersezione tra un cono e un piano non passante per il vertice del cono. L'equazione di una Conica nel piano cartesiano è una funzione algebrica di secondo grado del tipo:

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Si hanno le seguenti **FORMULE DI ROTAZIONE**:

$$\begin{cases} x = X\cos\alpha - Y\sin\alpha \\ y = X\sin\alpha + Y\cos\alpha \end{cases}$$

Per eliminare il termine in xy occorre scegliere l'angolo di rotazione in modo che:

$$\begin{cases} \alpha = \frac{\pi}{4} & \text{se } A = C \\ \alpha = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{B}{A-C} & \text{se } A \neq C \end{cases}$$

Es.1) $x^2 + y^2 + xy - 3 = 0$ in questo caso si sceglie $\alpha = \frac{\pi}{4}$ perchè $A = C$,

le formule di rotazione sono:
$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2} X - \frac{\sqrt{2}}{2} Y \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2} X + \frac{\sqrt{2}}{2} Y \end{cases}$$
, da cui si ottiene la curva in forma canonica: $\frac{X^2}{2} + \frac{Y^2}{6} = 1$

Es.2) $11x^2 + y^2 - 10\sqrt{3}xy + 2\sqrt{3}x - 4y + 1 = 0$ in questo caso si sceglie

$$\alpha = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{-10\sqrt{3}}{10} \quad \text{perchè } A \neq C, \text{ quindi } \alpha = \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) = \frac{1}{2} \left(-\frac{\pi}{3} \right) = -\frac{\pi}{6}$$

le formule di rotazione sono:
$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2} X + \frac{1}{2} Y \\ y = -\frac{1}{2} X + \frac{\sqrt{3}}{2} Y \end{cases}$$
, da cui si ottiene la curva in forma canonica:

$$16X^2 - 4Y^2 + 5X + 1 = 0$$