SCHEMA di RISOLUZIONE INTEGRALI INDEFINITI

1. **INTEGRALE IMMEDIATO**
2. **INTEGRALE RICONDUCIBILE A INTEGRALE IMMEDIATO** (es: aggiungo/sottraggo – moltiplico/divido una stessa quantità; applico formule goniometriche e parametriche)

- $\int f(x)^{\alpha} \cdot f'(x)\,dx = \dfrac{f(x)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c \qquad (\alpha \neq -1)$ ♥
- $\int \dfrac{f'(x)}{f(x)}\,dx = ln|f(x)| + c$ ♠
- $\int e^{f(x)} \cdot f'(x)\,dx = ln|f(x)| + c = e^{f(x)} + c$
- $\int a^{f(x)} \cdot f'(x)\,dx = a^{f(x)} / ln(a) + c$
- $\int cos[f(x)] \cdot f'(x)\,dx = sen[f(x)] + c$
- $\int sen[f(x)] \cdot f'(x)\,dx = -cos[f(x)] + c$
- $\int \dfrac{f'(x)}{1+[f(x)]^2}\,dx = arctg[f(x)] + c$ ♣
- $\int \dfrac{f'(x)}{\sqrt{1-[f(x)]^2}}\,dx = arcsen[f(x)] + c$
- ….

3. RISOLUZIONE **PER SOSTITUZIONE** (non è sempre facile capire quale sostituzione)
4. RISOLUZIONE **PER PARTI** (anche più volte) $\int f \cdot g' = f \cdot g - \int f' \cdot g$
5. integrale di funzioni **RAZIONALI FRATTE**

a) grado**N(x) ≥** grado**D(x)** eseguo la **divisione fra polinomi**

b) grado**N(x) <** grado**D(x)**

b0) il numeratore è la derivata del denominatore: $\int \dfrac{f'(x)}{f(x)}\,dx = ln|f(x)| + c$ ♠

b1) grado **D(x)=1** aggiusto il polinomio N(x) per ritrovare: $\int \dfrac{f'(x)}{f(x)}\,dx = ln|f(x)| + c$ ♠

b2) grado **D(x)=2** si hanno 3 casi

Δ>0

gradoN=0 o N=1
scompongo il denominatore come $D(x)=(x-x_1)\cdot(x-x_2)$ e cerco A e B in modo da avere: $\dfrac{N(x)}{D(x)} = \dfrac{A}{x-x_1} + \dfrac{B}{x-x_2}$ e risolvo l'integrale del tipo: ln♠

Δ=0

gradoN=0
scompongo il denominatore e risolvo l'integrale tipo $f(x)^{\alpha+1}$ ♥

gradoN=1
scrivo il denominatore come $D(x)=(x-x_0)^2$ e cerco A e B in modo da avere: $\dfrac{N(x)}{D(x)} = \dfrac{A}{x-x_0} + \dfrac{B}{(x-x_0)^2}$ e risolvo gli integrali del tipo ln♠ e $f(x)^{\alpha+1}$ ♥

Δ<0

gradoN=0
scrivo il denominatore nella forma $1+f(x)^2$ e il numeratore come f'(x) poi risolvo l'integrale del tipo arctg ♣

GradoN=1
scrivo il numeratore come la derivata del denominatore e risolvo un integrale del tipo ln♠ e l'altro del tipo arctg ♣

b3) grado **D(x)>=3….** Scompongo $D(x)=(x-x_1)\cdot(x-x_2)\cdot(x-x_3)$ e cerco A,B,C in modo da avere:

$\dfrac{N(x)}{D(x)} = \dfrac{A}{x-x_1} + \dfrac{B}{x-x_2} + \dfrac{C}{x-x_3}$ e ritorno ai casi precedenti $f(x)^{\alpha+1}$ ♥ e ln♠.

Se le soluzioni non fossero tutte reali e distinte si potrebbero avere vari casi:

$$\frac{N(x)}{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)} = \frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2} + \frac{C}{x-x_3}$$

$$\frac{N(x)}{(x-x_1)(x-x_2)^2} = \frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2} + \frac{C}{(x-x_2)^2}$$

$$\frac{N(x)}{(x-x_1)^3} = \frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{(x-x_1)^2} + \frac{C}{(x-x_1)^3}$$

$$\frac{N(x)}{(x-x_1)(x^2+p)} = \frac{A}{x-x_1} + \frac{Bx+C}{x^2+p} \qquad (p>0)$$