

Nome e Cognome: _____

Data : _____

N.B.: razionalizza sempre i denominatori e semplifica il più possibile i risultati ottenuti.

Semplifica le seguenti espressioni goniometriche:

$$1) \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right) \cdot \operatorname{tg}(\pi-\gamma)}{\operatorname{tg}(\pi+\gamma) \cdot \cos(\pi-\alpha)} - \frac{\operatorname{ctg}\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right) \cdot \operatorname{sen}\left(\gamma-\frac{\pi}{2}\right)}{\cos(\pi-\gamma) \cdot \operatorname{tg}(-\alpha)} \rightarrow \frac{-\cos \alpha \cdot (-\operatorname{tg} \gamma)}{\operatorname{tg} \gamma \cdot (-\cos \alpha)} - \frac{(-\operatorname{tg} \alpha) \cdot (-\cos \gamma)}{(-\cos \gamma) \cdot (-\operatorname{tg} \alpha)} \rightarrow -2$$

$$2) \frac{\operatorname{sen}\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(\frac{5\pi}{3}-\alpha\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{4}-\alpha\right) \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{4}+\alpha\right)} \rightarrow \frac{\sqrt{3} \operatorname{sen} \alpha - \cos \alpha}{1}$$

$$3) \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \alpha + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} - 1 \rightarrow -\cos \alpha$$

Utilizza le formule di addizione e sottrazione e mostra **TUTTI** i passaggi necessari per calcolare il valore **esatto** di

$$4) \cos(165^\circ) \rightarrow = -\cos(15^\circ) = -\cos(45^\circ - 30^\circ) = -\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

$$5) \operatorname{tg}(345^\circ) \rightarrow = -\operatorname{tg}(15^\circ) = -\operatorname{tg}(45^\circ - 30^\circ) = \frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} = -2 + \sqrt{3}$$

$$6) \text{ Sapendo che } \cos \alpha = -\frac{5}{8} \text{ e che } 180^\circ < \alpha < 270^\circ, \text{ calcola } \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \rightarrow \operatorname{sen} \alpha = -\frac{\sqrt{39}}{8}; \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = -\frac{\sqrt{39}}{3}$$

Verifica le seguenti identità:

$$7) \left(1 + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}\right) \operatorname{sen} \alpha - \frac{\operatorname{sen} 2\alpha}{2} = (1 - \cos \alpha)(1 + \operatorname{sen} \alpha)$$

$$8) \frac{1 + \cos \alpha + \cos 2\alpha}{\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{sen} 2\alpha} = \operatorname{ctg} \alpha \rightarrow \frac{\cos \alpha (1 + 2\cos \alpha)}{\operatorname{sen} \alpha (1 + 2\cos \alpha)} = \operatorname{ctg} \alpha$$

9) sviluppa: $\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$ e da questa ricava la formula di prostaferesi per trasformare in moltiplicazione la seguente addizione: $\cos 70^\circ + \cos 50^\circ \rightarrow$

$$\cos(p) + \cos(q) = 2\cos\frac{p+q}{2} \cdot \cos\frac{p-q}{2} \rightarrow \cos 70^\circ + \cos 50^\circ = \cancel{2} \cos 60^\circ \cos 10^\circ = \cos 10^\circ$$

10) sviluppa: $\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)$ e da questa ricava la formula di Werner per trasformare in addizione la seguente moltiplicazione: $\sin 255^\circ \cdot \sin 195^\circ \rightarrow$

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)] \rightarrow \sin 255^\circ \cdot \sin 195^\circ = \frac{1}{2} [\cos 60^\circ - \cos 450^\circ] = \frac{1}{4}$$