

Equazioni di secondo grado

Si dice che un'equazione in \mathbb{R} è di secondo grado se applicando i principi di equivalenza, può essere scritta in "forma normale":

$$ax^2 + bx + c = 0$$

dove a , b e c sono numeri reali qualsiasi (se $a=0$ l'equazione è di primo grado).

Le equazioni di secondo grado possono essere classificate in:

Monomie (se $b=0$ e $c=0$):

$$ax^2 = 0$$

$$x^2 = 0 \rightarrow x_{1,2} = 0$$

Pure (se $b=0$):

$$ax^2 + c = 0$$

$$x^2 = \frac{-c}{a} \rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}} \quad (\text{le soluzioni sono reali solo se } \frac{-c}{a} \geq 0)$$

Spurie (se $c=0$):

$$ax^2 + bx = 0$$

$$x(ax + b) = 0 \rightarrow (\text{per la legge di annullamento del prodotto}) \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -\frac{b}{a} \end{cases}$$

Complete: $ax^2 + bx + c = 0$ sia: $\Delta = b^2 - 4ac$ il discriminante dell'equazione

se $\Delta > 0 \rightarrow$ l'equazione ha due soluzioni reali e distinte

se $\Delta = 0 \rightarrow$ l'equazione ha due soluzioni reali coincidenti

se $\Delta < 0 \rightarrow$ l'equazione non ha soluzioni reali

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Se b è divisibile per due, **conviene** usare la formula ridotta:

$$\text{sia: } \frac{\Delta}{4} = \frac{b^2 - 4ac}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{\Delta}{4}}}{a}$$