

## I TEOREMI SULLA PROBABILITÀ

Ricorda che:

■ il teorema della probabilità contraria dice che:  $p(\bar{E}) = 1 - p(E)$

■ il teorema della probabilità totale dice che:

• se gli eventi  $A$  e  $B$  sono incompatibili  $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$

• se gli eventi  $A$  e  $B$  sono compatibili  $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

■ il teorema della probabilità composta dice che:

• se gli eventi  $A$  e  $B$  sono indipendenti  $p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$

• se gli eventi  $A$  e  $B$  sono dipendenti  $p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B|A)$  NO

47

### ESERCIZIO GUIDATO

In una classe ci sono 28 studenti, 15 dei quali sono maschi. Qual è la probabilità che, al suono della campanella, il primo ad uscire dall'aula sia:

- «una femmina»;
- «un maschio».

Nella classe ci sono 15 maschi e 13 femmine, quindi la probabilità che la prima ad uscire sia una femmina è .....

Per calcolare la probabilità del caso **b.** puoi calcolare la probabilità dell'evento contrario che è  $1 - \dots$

48 Calcola la probabilità che, estraendo una pallina da un'urna che ne contiene 12 bianche, 25 nere e 8 rosse, essa non sia di colore nero.

$\frac{4}{9}$

49

### ESERCIZIO SVOLTO

Estraendo una carta da un mazzo da 40, considera gli eventi  $E_1$ : «esce una donna» ed  $E_2$ : «esce un due di fiori». Enuncia l'evento  $E_1 \cup E_2$  e calcolane la probabilità.

L'evento unione è  $E$ : «esce una donna o un due di fiori» e per calcolarne la probabilità, essendo i due eventi incompatibili e ricordando il teorema della probabilità totale, si devono sommare le probabilità dei singoli eventi. Poiché si ha  $p(E_1) = \frac{1}{10}$  (ci sono 4 donne in un mazzo di 40 carte) e  $p(E_2) = \frac{1}{40}$  (c'è un solo due di fiori):

$$p(E) = \frac{1}{10} + \frac{1}{40} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$$

**50** Sullo scaffale di una libreria ci sono 3 libri di saggistica, 7 libri di narrativa, 4 romanzi gialli. Se si prende un libro a caso dallo scaffale, calcola la probabilità che si verifichi uno dei seguenti eventi:

a. «il libro preso è di narrativa»;

$$\left[\frac{1}{2}\right]$$

b. «il libro preso è un romanzo giallo»;

$$\left[\frac{2}{7}\right]$$

c. «il libro preso è di saggistica o un romanzo giallo»;

$$\left[\frac{1}{2}\right]$$

d. «il libro preso è un dizionario di italiano»;

$$[0]$$

e. «il libro preso ha meno di 100 pagine».

[non si può calcolare]

**51** In una cassa sono state imballate 15 bottiglie di vino di cui 6 sono di vino rosso, 4 di vino bianco, e le rimanenti di vino rosè. Si preleva casualmente una bottiglia dalla cassa; determina la probabilità che:

a. «sia una bottiglia di vino rosso»;

$$\left[\frac{2}{5}\right]$$

b. «non sia una bottiglia di vino rosso»;

$$\left[\frac{3}{5}\right]$$

c. «sia di vino rosso o bianco».

$$\left[\frac{2}{3}\right]$$

**52** Quando Massimo torna da un viaggio all'estero, mette le monete avanzate in una cassetta che ora contiene 4 sterline, 4 dollari, 3 franchi svizzeri e una dozzina di monete di altri paesi non europei. Qual è la probabilità che, estraendo una moneta a caso questa sia:

a. «una sterlina o un dollaro»;

$$\left[\frac{8}{23}\right]$$

b. «una moneta non europea».

$$\left[\frac{16}{23}\right]$$

**53** Un sacchetto contiene 50 palline delle quali 10 sono rosse, 5 bianche, 15 verdi, 20 azzurre. Calcola la probabilità dei seguenti eventi relativi all'estrazione di una pallina dal sacchetto:

a. «esce una pallina rossa o azzurra»;

$$\left[\frac{3}{5}\right]$$

b. «esce una pallina bianca o verde».

$$\left[\frac{2}{5}\right]$$

**54** Da un sacchetto contenente i 90 numeri del lotto se ne estrae uno. Calcola la probabilità che esso sia:

a. «il numero 3 o il numero 90»;

$$\left[\frac{1}{45}\right]$$

b. «un numero divisibile per 20 o per 7»;

$$\left[\frac{8}{45}\right]$$

c. «un numero minore di 10 o maggiore di 81».

$$\left[\frac{1}{5}\right]$$

**55** Considera i due eventi relativi al lancio di un dado «si ottiene il numero 5» e «si ottiene un numero pari». Calcola la probabilità dell'evento unione di quelli considerati. E se gli eventi dei quali si considera l'unione fossero «si ottiene il numero 5» e «si ottiene un numero dispari», quale sarebbe la probabilità?

$$\left[\frac{2}{3}; \frac{1}{2}\right]$$

**56** Carlo cerca un libro di storia fra i 25 che possiede su questo argomento. Tali libri sono disposti su tre scaffali in modo che 10 stiano sul primo scaffale, 10 sul secondo e 5 sul terzo, Carlo si chiede quali probabilità hanno i seguenti eventi:

a. «trovare il libro fra quelli del primo o del secondo scaffale»;

$$\left[\frac{4}{5}\right]$$

b. «trovare il libro fra quelli del primo o del terzo scaffale»;

 $\left[\frac{3}{5}\right]$ 

c. «non trovare il libro fra quelli del primo scaffale»;

 $\left[\frac{3}{5}\right]$ 

d. «non trovare il libro fra quelli del primo o del terzo scaffale».

 $\left[\frac{2}{5}\right]$ 

### 57 ESERCIZIO SVOLTO

In un sacchetto ci sono 50 gettoni, ciascuno contrassegnato con un numero da 1 a 50. Calcola la probabilità che, estraendo un gettone, si verifichi l'evento  $E$ : «il numero estratto è multiplo di 3 o di 5».

Indica con  $E_1$  l'evento: «il numero estratto è multiplo di 3» e con  $E_2$ : «il numero estratto è multiplo di 5». Poiché i sottoinsiemi dei multipli di 3 e dei multipli di 5 non sono disgiunti, per calcolare  $p(E)$  dobbiamo tener conto anche della loro intersezione. Allora

$$p(E) = p(E_1) + p(E_2) - p(E_1 \cap E_2) = \frac{16}{50} + \frac{10}{50} - \frac{3}{50} = \frac{23}{50}$$

58 Si estrae una carta a caso da un mazzo di 40. Calcola la probabilità dell'evento  $E$ : «esce un sette o una carta di fiori», dopo aver individuato i due eventi che formano  $E$ . (Suggerimento: il sette potrebbe anche essere di fiori, i due eventi non sono quindi incompatibili)

 $\left[\frac{13}{40}\right]$ 

59 Nel lancio di un dado calcola la probabilità dell'evento  $E$ : «esce un numero primo o un numero dispari».

 $\left[\frac{2}{3}\right]$ 

60 In un'urna sono contenuti dei gettoni numerati da 1 a 20. Calcola la probabilità che, estraendo a caso un gettone, si presenti un numero che sia:

a. «dispari o divisibile per 7»;

 $\left[\frac{11}{20}\right]$ 

b. «il 5 o il 16»;

 $\left[\frac{1}{10}\right]$ 

c. «un numero pari o un multiplo di 8».

 $\left[\frac{1}{2}\right]$ 

61 Da un mazzo di 52 carte se ne estrae una. Calcola la probabilità dei seguenti eventi:

a. «si estrae una carta di fiori oppure un asso»;

 $\left[\frac{4}{13}\right]$ 

b. «si estrae una carta di fiori o il re di cuori»;

 $\left[\frac{7}{26}\right]$ 

c. «si estrae il sette di quadri o il fante di cuori».

 $\left[\frac{1}{26}\right]$ 

d. «si estrae una carta nera o il 2 di picche».

 $\left[\frac{1}{2}\right]$ 

62 Il gioco della roulette consiste nel puntare una somma su uno dei 37 numeri (da 0 a 36) riportati su un apposito dispositivo girevole. La pallina si muove all'interno di tale dispositivo e, fermandosi, determina il numero vincente. Lo zero è in colore verde, mentre degli altri 36 numeri 18 sono «neri» e 18 sono «rossi». Calcola la probabilità dei seguenti eventi relativi a tale gioco:

a. «esce un numero nero»;

 $\left[\frac{18}{37}\right]$ 

b. «esce un numero rosso»;

 $\left[\frac{18}{37}\right]$

c. «esce un numero nero o rosso»;

$$\left[ \begin{array}{c} 36 \\ 37 \end{array} \right]$$

d. «esce un numero pari (0 non è considerato pari) o divisibile per 5»;

$$\left[ \begin{array}{c} 22 \\ 37 \end{array} \right]$$

e. «esce un numero divisibile per due o verde».

$$\left[ \begin{array}{c} 19 \\ 37 \end{array} \right]$$

**63** Determina la probabilità che alla prima estrazione di una ruota del lotto, si ottenga un numero minore di 11 oppure un numero pari maggiore di 70. Determina poi la probabilità che il primo numero estratto sia minore di 41 o divisibile per 10.

$$\left[ \begin{array}{c} 2 \\ 9, 2 \end{array} \right]$$

## 64 ESERCIZIO SVOLTO

Si estrae una carta da un mazzo di 40 e, dopo averla guardata e reinserita nel mazzo, se ne estrae una seconda. Si vuole calcolare la probabilità dell'evento  $E$ : «escono, nell'ordine, una donna e una carta di picche».

Per prima cosa osserviamo che l'evento  $E$  è la combinazione dei due eventi  $E_1$ : «la prima carta estratta è una donna» ed  $E_2$ : «la seconda estratta è una carta di picche». Poiché l'evento  $E$  si verifica soltanto se si verificano sia  $E_1$  che  $E_2$ , esso è la loro intersezione; inoltre, il verificarsi del primo evento non modifica la probabilità che si verifichi il secondo, quindi i due eventi sono indipendenti. Allora per calcolare la probabilità dell'evento  $E$ , ricordando il teorema della probabilità composta, basta moltiplicare i valori delle probabilità dei singoli eventi.

Quindi, poiché  $p(E_1) = \frac{1}{10}$  e  $p(E_2) = \frac{1}{4}$ , si ha che  $p(E) = \frac{1}{40}$ .

**65** Da un sacchetto contenente 15 palline bianche e 10 palline nere se ne estrae una e, dopo aver annotato il colore, la si rimette nel sacchetto e successivamente se ne estrae un'altra. Calcola la probabilità che si verifichino i seguenti eventi:

a. «entrambe le palline sono bianche»;

(Sugg.: esprimi l'evento nella forma: la prima pallina è bianca e la seconda è bianca)

$$\left[ \begin{array}{c} 9 \\ 25 \end{array} \right]$$

b. «entrambe le palline siano nere»;

$$\left[ \begin{array}{c} 4 \\ 25 \end{array} \right]$$

c. «la prima pallina sia bianca e la seconda nera»;

$$\left[ \begin{array}{c} 6 \\ 25 \end{array} \right]$$

d. «una pallina sia bianca e l'altra nera».

(Suggerimento: in questo caso non è specificato l'ordine, per cui l'estrazione potrebbe dare bianca e nera o nera e bianca)

$$\left[ \begin{array}{c} 12 \\ 25 \end{array} \right]$$

**66** Si lanciano una moneta e poi un dado; qual è la probabilità che si verifichi l'evento «escono testa ed il numero 3»?

$$\left[ \begin{array}{c} 1 \\ 12 \end{array} \right]$$

**67** Si lanciano contemporaneamente un dado ed una moneta, e si considera l'evento «si ottengono testa ed un numero pari». Costruisci un diagramma cartesiano per individuare i casi possibili e quelli favorevoli ad  $E$ , quindi calcola  $p(E)$  sia leggendo il grafico sia applicando il teorema relativo a questo caso.

$$\left[ \begin{array}{c} 1 \\ 4 \end{array} \right]$$

**68** Mario ha nell'astuccio 10 penne, delle quali 5 sono blu, 3 nere e 2 rosse; Anna ne ha 12, delle quali 6 sono nere, 4 blu, 1 rossa ed 1 verde. Se Silvia chiede in prestito 2 penne, una a Mario e l'altra ad Anna, e le prende senza guardare nei loro astucci, che probabilità ha che siano en-