

Coefficienti Binomiali

I numeri $\binom{n}{k}$ sono detti "Coefficienti Binomiali"

Per definizione si ha: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ questi numeri si trovano sul **Triangolo di Tartaglia** (Brescia 1499? – Venezia 1557):

riga 0								$\binom{0}{0} = 1$	$2^0 = 1$				
riga 1			$\binom{1}{0} = 1$		$\binom{1}{1} = 1$			$2^1 = 2$					
riga 2				$\binom{2}{0} = 1$	$\binom{2}{1} = 2$	$\binom{2}{2} = 1$			$2^2 = 4$				
riga 3					$\binom{3}{0} = 1$	$\binom{3}{1} = 3$	$\binom{3}{2} = 3$	$\binom{3}{3} = 1$	$2^3 = 8$				
riga 4						$\binom{4}{0} = 1$	$\binom{4}{1} = 4$	$\binom{4}{2} = 6$	$\binom{4}{3} = 4$	$\binom{4}{4} = 1$	$2^4 = 16$		
riga 5							$\binom{5}{0} = 1$	$\binom{5}{1} = 5$	$\binom{5}{2} = 10$	$\binom{5}{3} = 10$	$\binom{5}{4} = 5$	$\binom{5}{5} = 1$	$2^5 = 32$
riga 6	1	6	15	20	15	6	1			$2^6 = 64$			

Si osservi che:

1) Ogni numero è la somma dei due numeri che lo sovrastano

2) La somma dei numeri che si trovano sulla riga n-esima, fornisce il valore di 2^n

3) per convenzione $0! = 1$ in modo che agli estremi di ogni riga ci sia sempre 1: $\binom{n}{0} = \frac{n!}{0!(n-0)!} = 1$ e $\binom{n}{n} = \frac{n!}{n!(n-n)!} = 1$

4) I numeri $\binom{n}{k}$ sono detti "Coefficienti Binomiali" in quanto forniscono i coefficienti dello sviluppo delle potenze di un binomio:

ad esempio lo sviluppo della quarta potenze dal binomio (a+b) è:

$$(A + B)^4 = A^4 + 4A^3B + 6A^2B^2 + 4AB^3 + B^4$$

$$(A + B)^4 = \binom{4}{0}A^4 + \binom{4}{1}A^3B + \binom{4}{2}A^2B^2 + \binom{4}{3}AB^3 + \binom{4}{4}B^4$$

Newton ha fornito la formula sintetica generale: $(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$

5) sulla terza diagonale si trovano numeri del tipo $\binom{n}{2}$ sono il numero di modi diversi in cui si possono scegliere 2 persone da un

gruppo di n. Tali numeri sono anche detti numeri "triangolari" perché forniscono il numero di "palline" necessarie a costruire un triangolo di n palline.

$\binom{2}{2} = 1$ •
 $\binom{3}{2} = 3$ ••
 $\binom{4}{2} = 6$ •••
 $\binom{5}{2} = 10$ ••••

6) sulla quarta diagonale si trovano numeri del tipo $\binom{n}{3}$ sono il numero di modi diversi in cui si possono

scegliere 3 persone da un gruppo di n. Tali numeri sono anche detti numeri "TETRAEDRICI" perché forniscono il numero di "palline" necessarie a costruire un tetraedro di n piani.

