

CALCOLO COMBINATORIO

"I numeri grandi sono difficili da governare!?!?"

1) le Permutazioni sono i possibili ordinamenti di un insieme di **n** oggetti **distinti**

Gli **anagrammi**. Quanti sono i possibili anagrammi, anche privi di significato, della parola "ROMA"? R: $n! = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

Gli **anagrammi**. Quanti sono tutti i possibili anagrammi della parola "GATTO"?

R: occorre *togliere* dal computo le permutazioni per le due T $\frac{5!}{2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2} = 60$ sulla calcolatrice scientifica usare il tasto **n!** oppure **!**

l'**ordine di arrivo**. In quanti modi diversi possono arrivare 8 cavalli in una corsa?

R: $n! = 8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 40.320$

I **posti a tavola**. In quanti modi diversi possono sedersi a tavola 6 persone di cui 3 maschi da una lato e 3 femmine dall'altro lato? R: $3! \cdot 3! = 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 = 36$

Le **permutazioni** su **n** oggetti sono:
 $P_n = n!$

2) le Disposizioni sono le possibile scelte dei primi **k** elementi in un insieme di **n** oggetti (l'ordine è rilevante, non sono ammesse ripetizioni)

il **podio**. Quanti sono i possibili modi di scegliere i primi tre cavalli in una corsa di 8 partecipanti? R: $\frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1) = \frac{8!}{(8-3)!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$

Le **disposizioni** di classe **k** su **n** oggetti sono:

$$D_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)$$

sulla calcolatrice scientifica usare il tasto **nPr**

3) le Disposizioni con ripetizione sono le possibili scelte di **k** elementi **ordinati** (ma con eventuali ripetizioni) in un insieme di **n** oggetti

Il **Totocalcio**. Quante sono le possibili colonne? (nel totocalcio classico con 3 possibili risultati 1X2 in 13 partite) R: $n^k = 3^{13} = 1.594.323$

Il **PIN**. Quanti sono i possibili PIN numerici (n=10) di k=4 cifre? R: $n^k = 10^4 = 10.000$

Quanti sono i possibili PIN di k=5 cifre? R: $n^k = 10^5 = 100.000$

Le **password**. Quante diverse password di 7 lettere prese in un alfabeto di 21 caratteri si possono scrivere?

R: $n = 21 \{a; b; c; \dots; z\}; k = 7; n^k = 21^7 = 1.801.088.541$ sulla calcolatrice scientifica usare il tasto **x^y** oppure **y^x** oppure **n^y**

Le **disposizioni con ripetizione** di classe **k** su **n** oggetti sono:

$$D'_{n,k} = n^k$$

4) le COMBINAZIONI sono le possibili scelte di **k** elementi in un insieme di **n** oggetti (l'ordine non è rilevante, NON sono ammesse ripetizioni)

Il gioco del LOTTO. In quanti modi diversi si possono estrarre i cinque numeri del lotto (l'ordine di uscita è del tutto irrilevante, non può uscire due volte lo stesso numero)?

R: $n = 90; k = 5; \binom{n}{k} = \binom{90}{5} = \frac{90!}{85! \cdot 5!} = \frac{90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87 \cdot 86 \cdot \cancel{85!}}{\cancel{85!} \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 43.949.268$

In quanti modi diversi si possono eleggere 2 persone in una classe di 24 persone?

R: $n = 24; k = 2; \binom{n}{k} = \binom{24}{2} = \frac{24 \cdot 23 \cdot \cancel{22!}}{\cancel{22!} \cdot 2!} = 276$

Le **combinazioni** di classe **k** su **n** oggetti sono:

$$C_{n,k} = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

sulla calcolatrice scientifica usare il tasto **nCr**

Riassunto	Ripetizioni	Ordine è rilevante
Permutaz. e disposiz.	No	Si
Disposizioni con ripetiz.	Si	Si
Combinazioni	No	No
Combinaz.con ripetiz.	Si	No

5) le Combinazioni con ripetizione (l'ordine non è rilevante, sono ammesse ripetizioni) sono $C'_{n,k} = \binom{n+k-1}{k}$ ossia è uguale al numero di combinazioni

semplici di $n+k-1$ oggetti. Esempio: in quanti modi diversi posso distribuire $n=10$ palline indistinguibili in $k=4$ contenitori contando anche i casi in cui qualche contenitore sia vuoto

$C'_{10,4} = \binom{10+4-1}{4} = \binom{13}{4} = 715$