# Q2 2018 – sessione straordinaria

**2** Determinare il raggio della sfera di centro C(2; 2; 2) tangente al piano di equazione $x + 2y + z = 12$

**2**

Il raggio $r$ della sfera di centro $C(2; 2; 2)$ e tangente al piano $\alpha$ di equazione $x + 2y + z - 12 = 0$ è dato dalla distanza di $C$ da $\alpha$.

Per calcolare $r$, possiamo seguire due strade.

- Applichiamo la formula della distanza di un punto da un piano.
  In generale, la distanza del punto $C(x_C; y_C; z_C)$ dal piano $\alpha$ di equazione $ax + by + cz + d = 0$ è:
  $$r = d(C, \alpha) = \frac{|ax_C + by_C + cz_C + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$
  Nel caso in esame $r$ risulta allora:
  $$r = \frac{|1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 2 - 12|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

- Oppure, determiniamo la retta $t$ perpendicolare ad $\alpha$ e passante per $C$, individuiamo il punto $T$ di intersezione fra $t$ e $\alpha$ e infine calcoliamo la distanza fra $C$ e $T$.
  Il vettore di direzione perpendicolare al piano $\alpha$: $x + 2y + z - 12 = 0$ è $(1; 2; 1)$ e quindi la retta $t$ perpendicolare ad $\alpha$ e passante per $C$, in forma parametrica, è data da:
  $$\begin{cases} x = 2 + k \\ y = 2 + 2k, \text{ con } k \text{ reale.} \\ z = 2 + k \end{cases}$$
  Determiniamo il punto $T$ di intersezione fra $t$ e $\alpha$:
  $$(2 + k) + 2(2 + 2k) + (2 + k) - 12 = 0 \rightarrow 6k - 4 = 0 \rightarrow k = \frac{2}{3},$$
  e quindi $T$ ha coordinate:
  $$T\left(2 + \frac{2}{3}; 2 + 2 \cdot \frac{2}{3}; 2 + \frac{2}{3}\right) \rightarrow T\left(\frac{8}{3}; \frac{10}{3}; \frac{8}{3}\right).$$



La distanza fra $C$ e $T$, e quindi il raggio $r$ cercato, è:

$$r = d(C, T) = \sqrt{\left(\frac{8}{3} - 2\right)^2 + \left(\frac{10}{3} - 2\right)^2 + \left(\frac{8}{3} - 2\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} =$$
$$\sqrt{\frac{4}{9} + \frac{16}{9} + \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{24}{9}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$