

Q7 2018

7 Determinare a in modo che

$$\int_a^{a+1} (3x^2 + 3) dx$$

sia uguale a 10.

7 Osserviamo innanzitutto che $a + 1 > a$ per ogni valore reale di a . Gli estremi di integrazione sono quindi ordinati e non dobbiamo distinguere fra più casi.

Calcoliamo l'integrale in funzione del parametro a :

$$\begin{aligned} \int_a^{a+1} (3x^2 + 3) dx &= \int_a^{a+1} 3(x^2 + 1) dx = 3 \int_a^{a+1} (x^2 + 1) dx = \\ &= 3 \left[\frac{x^3}{3} + x \right]_a^{a+1} = 3 \left[\frac{(a+1)^3}{3} + (a+1) - \frac{a^3}{3} - a \right] = \\ &= (a+1)^3 + 3(a+1) - a^3 - 3a = 3a^2 + 3a + 4. \end{aligned}$$

Imponiamo che il valore dell'integrale sia uguale a 10:

$$3a^2 + 3a + 4 = 10 \rightarrow 3a^2 + 3a - 6 = 0 \rightarrow a^2 + a - 2 = 0.$$

Le soluzioni dell'equazione sono: $a = \frac{-1 \pm 3}{2} \rightarrow a = -2 \vee a = 1$.

Entrambe le soluzioni sono accettabili poiché la funzione integranda è un polinomio definito su tutto l'asse reale.

Con la calcolatrice grafica

In ambiente di calcolo possiamo assegnare un valore alla variabile A e poi calcolarne il relativo integrale. Svolgendo le operazioni in quest'ordine, se modifichiamo il valore assegnato ad A tornando con il cursore nella prima linea, il risultato dell'integrale della riga sottostante viene ricalcolato in base al nuovo valore di A .

The image shows three sequential screenshots of a graphing calculator interface. Each screenshot displays the integral $\int_A^{A+1} (3x^2 + 3) dx$ and its numerical result. The calculator mode is set to 'Math', 'Rad', 'Norm1', and 'd/G/Real'. The bottom of each screen shows a menu with 'JUMP', 'DELETE', 'MATH/VCT', and 'MATH'.

- First screenshot:** The variable A is set to -2 . The integral result is 10 .
- Second screenshot:** The variable A is set to -2 . The integral result is 10 .
- Third screenshot:** The variable A is set to 1 . The integral result is 10 .