ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO CORSO DI ORDINAMENTO • 2006

L'equazione risolvente un dato problema è: $k\cos 2x - 5k + 2 = 0$ dove k è un parametro reale e x ha le seguenti limitazioni: $15^{\circ} < x < 45^{\circ}$. Si discuta per quali valori di k le radici dell'equazione siano soluzioni del problema.

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO DI ORDINAMENTO • 2006

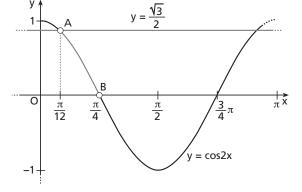
Per k=0 l'equazione diventa 2=0 che è impossibile; si può quindi dividere per $k\neq 0$ e diventa:

$$\cos 2x = \frac{5k-2}{k},$$

che (con le limitazioni espresse in radianti) equivale al sistema:

$$\begin{cases} y = \cos 2x \\ y = \frac{5k - 2}{k} \\ \frac{\pi}{12} < x < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Risolviamo il sistema graficamente (figura 16).



▲ Figura 16.

$$y_A = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \implies \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5k - 2}{k} \implies k = \frac{4(\sqrt{3} + 10)}{97};$$

$$y_B = 0 \implies k = \frac{2}{5}.$$

Pertanto l'equazione ammette una sola soluzione per:

$$\frac{2}{5} < k < \frac{4(\sqrt{3} + 10)}{97}$$
.