8. Un esperimento sull'effetto Compton viene eseguito con raggi X che hanno una frequenza di $3{,}220 \cdot 10^{17}$ Hz. Determinare l'energia dei fotoni che hanno subito la diffusione Compton a un angolo di 130,3° e la corrispondente velocità iniziale dell'elettrone coinvolto nella diffusione.

8. Calcoliamo subito la lunghezza d'onda λ_1 del fotone incidente, che risulta:

$$\lambda_1 = \frac{c}{f_1} = \frac{2{,}998 \cdot 10^8 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3{,}220 \cdot 10^{17} \ \text{Hz}} = 9{,}311 \cdot 10^{-10} \ \text{m}.$$

La relazione di Compton fornisce la variazione di lunghezza d'onda del fotone diffuso, che risulta:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\alpha) = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \ \text{J} \cdot \text{s}}{(9{,}109 \cdot 10^{-31} \ \text{kg})\left(2{,}998 \cdot 10^8 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}[1 - \cos(130{,}3°)] =$$
$$= 4{,}000 \cdot 10^{-12} \ \text{m}.$$

Quindi la lunghezza d'onda del fotone diffuso è:

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda = (9{,}311 \cdot 10^{-10} + 4{,}000 \cdot 10^{-12}) \ \text{m} = 9{,}351 \cdot 10^{-10} \ \text{m}.$$

Di conseguenza la sua frequenza risulta:

$$f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{2{,}998 \cdot 10^8 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9{,}351 \cdot 10^{-10} \ \text{m}} = 3{,}206 \cdot 10^{17} \ \text{Hz}$$

e il corrispondente valore dell'energia è:

$$\mathcal{E}_2 = hf_2 = (6{,}626 \cdot 10^{-34} \ \text{J} \cdot \text{s})(3{,}206 \cdot 10^{17} \ \text{Hz}) = 2{,}124 \cdot 10^{-16} \ \text{J}.$$

L'energia cinetica iniziale K dell'elettrone è uguale al modulo della variazione di energia del fotone. Quindi troviamo:

$$K = |\Delta\mathcal{E}| = h(f_1 - f_2) = (6{,}626 \cdot 10^{-34} \ \text{J} \cdot \text{s})(3{,}220 \cdot 10^{17} \ \text{Hz} - 3{,}206 \cdot 10^{17} \ \text{Hz}) =$$
$$= 9{,}3 \cdot 10^{-19} \ \text{J}.$$

Così la velocità iniziale v_e dell'elettrone diffuso risulta:

$$v_e = \sqrt{\frac{2K}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}3 \cdot 10^{-19} \ \text{J}}{9{,}109 \cdot 10^{-31} \ \text{kg}}} = 1{,}4 \cdot 10^6 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$