

ELLISSE

“L'ellisse è il luogo dei punti del piano per cui è costante la somma delle distanze da due punti fissi detti **FUOCHI**”

Equazione canonica:
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$\overline{F_1P} + \overline{F_2P} = 2a$ è costante

$2a$ è la lunghezza della corda con cui si è tracciata l'ellisse con fuochi sull'asse x

$\overline{OA_1} = \overline{OA_2} = a$

$\overline{OB_1} = \overline{OB_2} = b$

$\overline{F_1F_2} = 2c$ distanza focale o asse focale

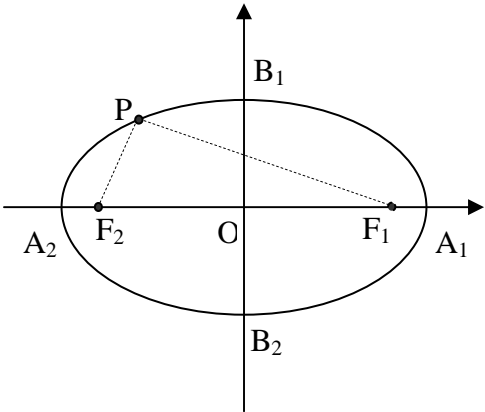
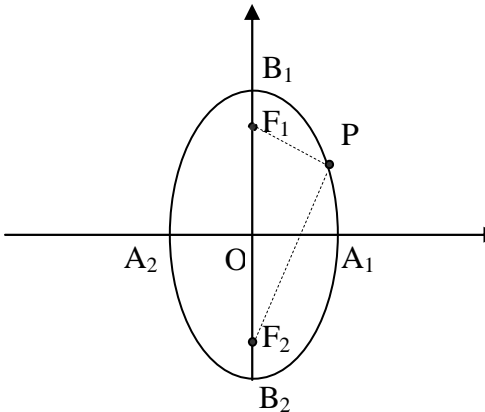
$\overline{OF_1} = \overline{OF_2} = c$

1) L'ellisse è simmetrica rispetto agli assi coordinati e rispetto all'origine (l'ellisse è “riferita al centro e agli assi di simmetria”)

2) i **vertici** dell'ellisse sono i punti $A_{1,2} = (\pm a, 0)$ e $B_{1,2} = (0, \pm b)$ Intersezioni con gli assi cartesiani $\begin{cases} x = \pm a \\ y = 0 \end{cases}$ e $\begin{cases} x = 0 \\ y = \pm b \end{cases}$

l'origine è il punto medio del segmento F_1F_2

3) **L'Eccentricità** è il rapporto tra la distanza focale $\overline{F_1F_2} = 2c$ e l'asse maggiore ed è sempre $0 \leq e < 1$. L'eccentricità misura lo schiacciamento dell'ellisse sull'asse maggiore.

Se $a > b$	Se $a < b$
$\overline{F_1P} + \overline{F_2P} = 2a$ l'ellisse ha i fuochi sull'asse x di coordinate $F_{1,2} = (\pm c, 0)$ dove $c^2 = a^2 - b^2$; l'asse maggiore misura $\overline{A_1A_2} = 2a$ si ha quindi $e = \frac{c}{a}$ l'asse minore misura $\overline{B_1B_2} = 2b$	$\overline{F_1P} + \overline{F_2P} = 2b$ l'ellisse ha i fuochi sull'asse y di coordinate $F_{1,2} = (0, \pm c)$ dove $c^2 = b^2 - a^2$; l'asse maggiore misura $\overline{B_1B_2} = 2b$ si ha quindi $e = \frac{c}{b}$ l'asse minore misura $\overline{A_1A_2} = 2a$
	

Se $a = b$ l'equazione diventa $x^2 + y^2 = a^2$ è l'equazione della circonferenza con centro nell'origine e raggio a . L'eccentricità $e = 0$

Osservazione: più b è diverso da a maggiore è l'eccentricità dell'ellisse che risulta più schiacciata

4) Intersezione di un ellisse con una retta:
$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \\ y = mx + q \end{cases}$$
 Se $\Delta > 0$ la retta è secante (il sistema ha 2 soluzioni distinte)
 Se $\Delta = 0$ la retta è tangente (il sistema ha 2 soluzioni coincidenti)
 Se $\Delta < 0$ la retta è esterna (il sistema non ha soluzioni reali)

5) Area della regione delimitata dall'ellisse $A = \pi ab$ (se $a=b$ si ritrova l'area del cerchio di raggio a)