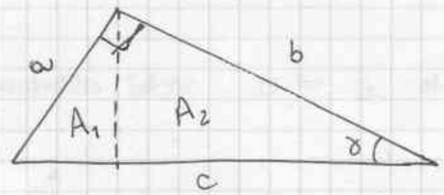
Prof. Battimelli 4 Aprile 2007

METODI e APPROCCI QUALITATIVI

TEOREMA di PITAGORA



Posto che il triangolo è rettangolo
Definiti il lato c e l'angolo γ
restano definite tutte le grandezze del triangolo

1 Quindi tutte le PROPRIETA' del Triangolo sono univocamente definite con due grandezze c e γ. In particolare l'AREA posso scriverla come funzione di c e γ

$$A = f(c, \gamma)$$

c := IPOTENUSA
γ := ANG. ACUTO + PICCOLO

ne considero allora l'analisi dimensionale
- γ NON ha dimensione -> è un angolo
- c è una lunghezza

Allora necessariamente per "omogeneità" dimensionale

$$A = c^2 \varphi(\gamma)$$

$\varphi(\gamma)$ = FATTORE di FORMA

2 Traccio l'Altezza e individuo due triangoli A_1 e A_2
Posso dimostrare che
- A, A_1, A_2 sono simili -> è immediato.

(NB) Così capisco come mai $\varphi(\gamma)$ è Fattore di Forma => essendo i triangoli simili cambia l'Ipotenusa c e quindi per mantenere la SIMILITUDINE l'angolo γ deve riscalarsi in modo OPPORTUNO in modo da modificare OPPORTUNAMENTE la FORMA :

$$A_1 = a^2 \varphi(\gamma)$$

$$A_2 = b^2 \varphi(\gamma)$$

Il fattore di FORMA rimane costante xchè i triangoli sono SIMILI e quindi dato che A_1 e A_2 sono due parti di A

$$A = A_1 + A_2 \quad \Rightarrow$$

$$c^2 \varphi(\gamma) = b^2 \varphi(\gamma) + a^2 \varphi(\gamma)$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Ho usato principi di

- OMOGENEITÀ
- SIMILITUDINE

Ho potuto dividere per $\varphi(\gamma)$ che sicuramente è $\neq 0$ xchè altrimenti l'area sarebbe NULLA.

OSSERVAZIONI

- CONCETTUALE

Questo teorema è stato dimostrato usando l'Analisi Dimensionale (approccio Fisico) e quindi posso dire che la "Geometria è capitolo zero della FISICA"
Nella cinematica, si trascura la CORPOREITÀ ovvero la MASSA, e si studia la dinamica del corpo, trascurando la sua Massa.
Se <u>non</u> considero il TEMPO => la cinematica è GEOMETRIA, perchè studio evoluzioni e traiettorie come Geometrie dello Spazio

- CONCETTUALE

Da questa dimostrazione noto subito quello che di solito <u>NON</u> si dice e cioè che il TH di PITAGORA <u>NON</u> vale sulla SFERA (dove la somma degli angoli interni $\neq 180°$)
Addirittura sulla Sfera potrei disegnare un TRIANGOLO TRIRETTANGOLO (ad es prendo 1/8 della Sfera): è un triangolo Equilatero con 3 angoli Retti -> palesemente NON vale Th di Pitagora

Sulla Sfera per identificare un triangolo Rettangolo NON bastano Ipotenusa e angolo γ MA mi serve il RAGGIO di CURVATURA

- Ipotenusa c
- Angolo Acuto + Piccolo γ
- Raggio di Curvatura R

$$\Rightarrow \quad A(c, \gamma, R) = c^2 \varphi\left(\gamma, \frac{c}{R}\right)$$

Quindi φ dipende in modo NON univoco da 2 parametri

7 Nella GEOMETRIA PIANA $R \to \infty \Rightarrow c/R \to 0$

PRINCIPIO di OMOGENEITA'

L'analisi Dimensionale e il controllo dell'Omogeneità dei Parametri può essere un metodo eccezionale

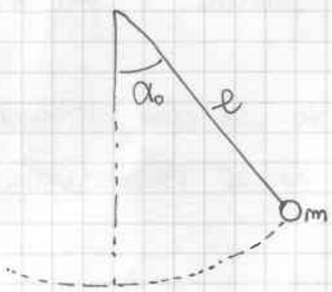
- sia per <u>controllare</u> la correttezza di un'espressione
- sia per <u>COSTRUIRE</u> una formula e derivarla dall'analisi di un problema

ESEMPIO : PENDOLO

Da cosa può dipendere il PERIODO del PENDOLO ?

$$T = f(\ell, m, \alpha_0, g)$$

α_0 = Ampiezza MAX di Oscillazione



L'analisi dimensionale

$$[T] = [L, M, \emptyset, LT^{-2}]$$

Quindi vedo subito che
- la Massa <u>NON</u> ci può essere
- La g accelerazione deve stare al denominatore
- devo compensare con una lunghezza per avere un Tempo

Ne deriva

$$T = \varphi(\alpha_0)\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

! Un approccio di questo tipo è STRATEGICO nelle Scuole dove i ragazzi NON hanno gli strumenti Matematici per considerare le equazioni complete dell'Oscillazione

! NB Quella che conosciamo di solito vale nell'Approssimazione di PICCOLE OSCILLAZIONI in cui $\varphi(\alpha_0) \to 2\pi$ e $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

<u>Applicazione</u> Il Pendolo si può usare per Misurare Intervalli di Tempo.

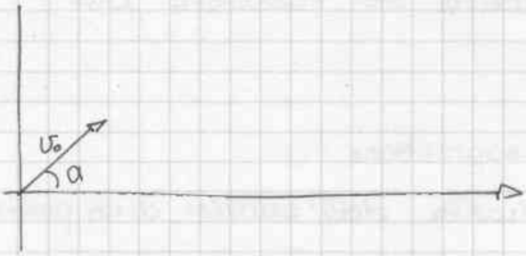
Se considero $\ell = 1\ m \Rightarrow T \simeq 2s$

Quando si definirono le UNITA' di MISURA qualcuno propose di introdurre <u>solo</u> il METRO e definire il

$$\text{TEMPO} \simeq \frac{T}{2}_{\text{PENDOLO}} \sim 1\ s$$

Non si fece più per problemi di errori e poi si preferì separare le due grandezze

Esempio : MOTO del PROIETTILE → ad esempio se vogliamo calcolare la GITTATA con lo stesso Metodo Dimensionale



$$d = f(m, v_0, \alpha, g)$$

$$[d] = [L] = [M, MT^{-1}, \emptyset, MT^{-2}]$$

Analogamente a prima

$$d = \varphi(\alpha) \frac{v_0^2}{g}$$

In questo caso però sarebbe utile fare tutti i calcoli

$$d = \operatorname{sen} 2\alpha \frac{v_0^2}{g}$$

per poter fare congetture su alcuni punti ad es la Max Gittata è per 45°

Il MOTO è BIDIMENSIONALE e questo è dovuto al fatto che le due direzioni dello SPAZIO NON sono ISOTROPE , xche la dimensione y è PRIVILEGIATA dalla presenza della GRAVITÀ

Posso dire che in questo problema ∃ un fenomeno FISICO di ROTTURA di SIMMETRIA allo posso separare le dimensioni

$$M, L_x, L_y, T$$

e quindi devo disaccoppiare le VELOCITÀ che includeranno anche α

$$d = (m, v_{0x}, v_{0y}, g)$$

$$M \quad L_xT^{-1} \quad L_yT^{-1} \quad L_yT^{-2}$$

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha$$

$$v_{0y} = v_0 \sin\alpha$$

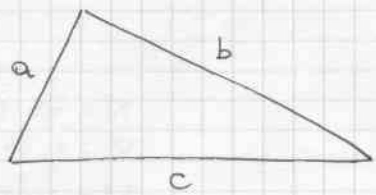
l'unica combinazione è

$$d \propto \frac{v_{0x} v_{0y}}{g} \propto \frac{v_0^2}{g} \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha \propto \frac{v_0^2}{g} \operatorname{sen} 2\alpha$$

Ancora in questo modo si trova un risultato + RAFFINATO !!

Th di Pitagora

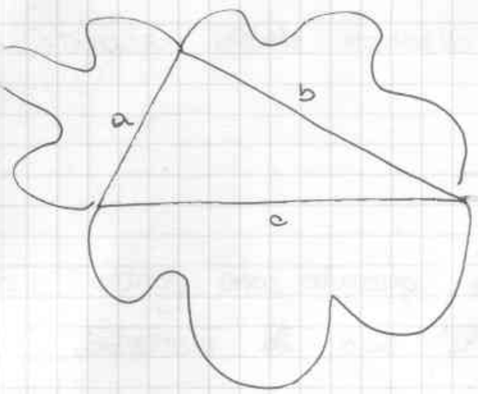
Tornando a quanto detto prima



$$c^2 = a^2 + b^2$$

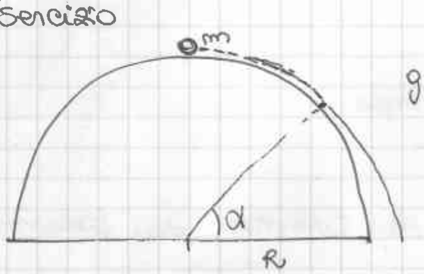
... che vuol dire che l'area del quadrato costruito sull'Ipotenusa è uguale alla somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti.

MA vale solo x i QUADRATI? Assolutamente NO. Se disegno una cosa del tipo



vale lo stesso Pitagora xchè sto parlando di Aree simili che quindi si riscalano per un fattore di FORMA

Esercizio



P.to Materiale in equilibrio instabile. Lo perturbo e comincia a scendere finchè non si stacca. A che angolo si stacca?

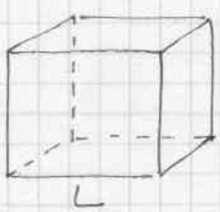
E che succede sulla LUNA?

Con l'analisi dimensionale

$$\alpha = f(M, R, g) \qquad [\alpha] = M, L, LT^{-2}$$

Non posso combinarli in nessun modo $\Rightarrow$ posso solo dire che α è un VALORE PRECISO ($\simeq$ arcosen 3/2) uguale in qualunque configurazione. Quindi il valore sarà uguale anche sulla Luna. Il valore dipende dalla combinazione delle Reazioni vincolari

Esercizio :



In un cubo di lato L sono contenute N molecole di massa m e diametro d.

Calcolare il cammino libero medio.

Come dipende il cammino, e la velocità dalla Temperatura?