

PAROLE CHIAVE:

- RIVISITAZIONE
- CARATTERE UNITARIO DELLA MATEMATICA
- PROBLEM SOLVING
- IMPARARE A "VEDERE"

QUADRATI MAGICI

La somma degli elementi nelle righe, nelle colonne e nelle due diagonali è costante.

Es: $\begin{matrix} 4 & 9 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 6 \end{matrix} \quad S=15$

$\begin{matrix} 4 & 9 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 6 \end{matrix}$

OSS: è poco in ciascuna cella
il # di lettere del corrispondente
numero inglese spesso
avere un quadrato magico!

$\begin{matrix} 11 & 9 & 4 \\ 1 & 8 & 15 \\ 12 & 7 & 5 \end{matrix} \quad S=24$

$\begin{matrix} 11 & 9 & 4 \\ 1 & 8 & 15 \\ 12 & 7 & 5 \end{matrix}$

Es: $\begin{matrix} 5 & 22 & 18 \\ 18 & 15 & 2 \\ 12 & 8 & 25 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 4 & 9 & 8 \\ 11 & 7 & 3 \\ 6 & 5 & 10 \end{matrix}$

N.B. La somma di quadrati magici è ancora un quadrato magico!

"N° DI TELEFONO"

349 ...

$$3 + 4 + 9 = 16 = 4^2$$

$$4 + 5 + 16 = 25 = 5^2$$

$$5 + 6 + 25 = 36 = 6^2$$

⋮

Perché viene sempre un quadrato perfetto?

$$x + (x+1) + x^2 = x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$$

⇒ utilità del calcolo letterale!

area di un triangolo $A = \frac{b \cdot h}{2}$

perimetro di un triangolo $2p = a + b + c$

↓
Perché queste notazioni?

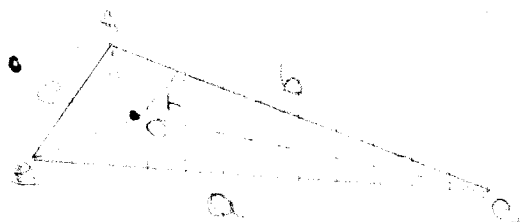
⇒ Vediamo la FORMULA DI ERONE per il calcolo della

area di un triangolo: $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

// Perché si usa p e non a, b, c ?
// perché sono solo lettere, p è una

$2p$ = perimetro

⇒ In questa formula la notazione " $2p$ " è una
COMODITÀ!



Cerchio inscritto in un
triangolo qualsiasi

⇒ ho i triangoli $\triangle AOB$, $\triangle AOC$, $\triangle BOC$
tutti e 3 hanno altezza r .

$$\Rightarrow A = \underbrace{\frac{a \cdot r}{2} + \frac{b \cdot r}{2} + \frac{c \cdot r}{2}}_{\frac{a+b+c}{2} \cdot r} = p \cdot r$$

$$\Rightarrow r = \frac{A}{p}$$

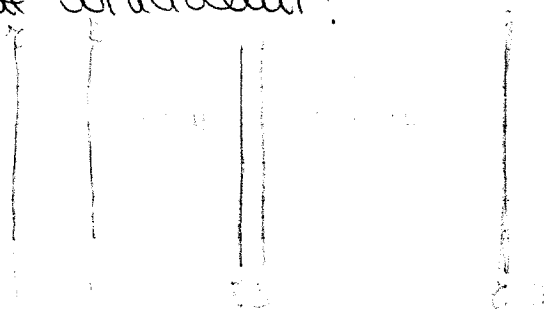
⇒ di nuovo una COMODITÀ dell'uso della nota-
zione " $2p$ "

N.B. Comunque i casi in cui mi conviene sono molti.

SS: $\in$ alle cose arbitrarie che si aggiungono l'olio per la matematica

ES: DEF di rette parallele: quando non si incontrano!

E le rette coincidenti?



$\Rightarrow$ per "convention" alla def si aggiungano anche quelle che coincidono $\Rightarrow$ ATTENZIONE! (non una retta che si incontra se stessa!)

Altrimenti (per i più grandi) posso definire la distanza tra due rette r, s :

$$d(r, s) = \inf_{\substack{P \in r \\ Q \in s}} \{d(P, Q)\}$$

Ma... chi mi dice che questo inf esiste?

Esiste perché un insieme di distanze è limitato inferiormente! (Bo 10.0)

$\Rightarrow$ INCIDENTI se $d(r, s) = 0$

PARALLELE se $d(r, s) > 0$ (e qui c'è una costante)

N.B. Siamo nel piano

$\Rightarrow$ non possono essere sghembe

COINCIDENTE se $d(r, s) = 0$ costante.

Ma introduciamo la distanza complice boppo le cose.

$\Rightarrow$ Bisogna includere anche il caso coincidenti

viene fuori in modo dinamico da traslazioni, rotazioni perché mi permette di dire che il parallelismo è una RELAZIONE DI EQUIVALENZA!

$\Rightarrow$ introduco le coincidenti (specificando la def intuitiva che si incontrano mai) per COMODITÀ! (non serve!)

⇒ ATTENZIONE! alle AMBIGUITÀ di notazioni, convenzioni, procedimenti

Al contrario di quanto si possa credere, la matematica non è una scienza esatta:

Es: I valori di $\pi = 3,14 \dots$ non ci saranno mai noti esattamente!
 $\sqrt{2} = 1,41 \dots$

Le cose dopo la virgola dei numeri reali non possiamo conoscerle, quindi tutto avanti approssimando!

Di solito si lavora con i numeri interi che però sono "pochissimi".

π := Rapporto tra la lunghezza della circonferenza e il diametro

⇒ è costante ma non lo sanno con esattezza!

⇒ Bisogna stabilire delle convenzioni perché almeno delle ambiguità che potrebbero avere in mente.

POINCARÉ: « la matematica è l'arte di dire le stesse cose a cose diverse »

GÖDEL e Teoremi di indecidibilità:

Qualche teorema indecidibile: non si può stabilire verità o falsità.

KURT GÖDEL IV. Principio di indeterminazione

⇒ la matematica del $\aleph_1$ ha preso coscienza dei suoi limiti intrinseci!

⇒ REaltà di Gödel

(Pezzo di asse della matematica alla realtà)

• LA REALTÀ SUPERA LA MATEMATICA

• TUTTA LA MATEMATICA ASSOCIATA

ma è sempre valida? no! si riferisce ad una sola realtà

Es: $5 - (3 - 2) \neq (5 - 3) - 2$; $8 : (4 : 2) \neq (8 : 4) : 2$

Es: Anche il prodotto vettoriale non verifica la proprietà associativa

$$(\vec{i} \wedge \vec{j}) \wedge \vec{j} \neq \vec{i} \wedge (\vec{j} \wedge \vec{j})$$

$$\underbrace{\vec{i} \wedge \vec{j}}_0 \neq \underbrace{\vec{i} \wedge \vec{j}}_{-\vec{j}}$$

• Certe volte ridondanza (eccesso di informazioni)
 (vedi es. dei quadrati magici in cui è inutile un sistema di 8 equazioni, sono sufficienti 5 equazioni)
 Un eccesso di informazioni è una fortuna ma potrebbe disturbare
 Ho per non essere ambigui è sempre meglio eccesso di
 informazione!

NON PRESENTARE LA MATEMATICA IN UNO SCINTO CONTO E STONCATO!

• Ci sono DIAMOSTRAZIONI E DIAMOSTRAZIONI:
 È sempre meglio dare tutte le dimostrazioni del problema
 perché ognuno mette in evidenza, qualche aspetto del pb.
 Inoltre così si osserva che: NON è una scienza esatta.
 ⇒ una dimostrazione non è solo una serie di affermazioni
 che ti permette di passare da uno ip ad una tesi ma in
 alcuni casi è qualcosa di più!

(PUBBLICITÀ: H. KUNO Itomachico: le perdite delle carriere mondane)

Es: Dimostrare che in un Δ isoscele gli angoli alla base
 sono uguali



⇒ la dimostrazione difficile più facile, più comprensibile
 quando il risultato non è così.
 Quando la cosa si vede diventa complicata dal perché!

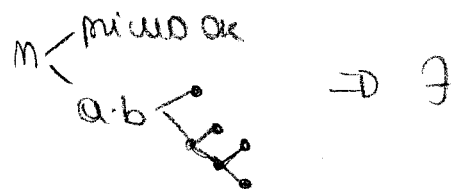
TEOREMA FONDAMENTALE DELL'ARITMETICA

Ogni numero naturale > 1 si può fattorizzare in modo unico come prodotto di primi

N.B. È un risultato di $\exists$ e UNICITÀ!

Questo teorema ha una dim. un po' complicata:

l'esistenza è banale: AD ALBERO



l'unicità è un po' più complicata!

IN GENERALE: è più facile l'unicità rispetto all'esistenza!

Es: $\exists$ dello $\exists$ e del # di elementi.

è immediato partendo da un sistema di generato (univ. TFA)

OSS: una dim. è "bella", interessante, quando ci aiuti a

trovare un po' più di quella che volevamo trovare.

$\Rightarrow$ la DIM DIVENTA UNO STRUMENTO DI CONOSCENZA!

è non solo un mezzo tecnico e morale per arrivare alle H!

$\Rightarrow$ importante a distinguere le due buone e due cattive tecniche.

LETTERE, MONOMI, POLINOMI

• escluso alle lettere: $\frac{m}{n}, \frac{a}{b}, \frac{x}{y}, \frac{\alpha}{\beta} \dots$

• Monomi e polinomi: bisogno delle prime esempi più semplici

1) ab

2) $a^2 b c^2$

$$= \underline{a} \cdot \underline{2b} \cdot \underline{c^2}$$

MONOMI: geometria nello spazio!

... $ab, a^2, \frac{1}{2}bh, abc, a^2b, a^3 \dots$

STANZA QUADRATA

N.B. Prima gli esempi ... e poi la teoria!

... possiamo fare un "salto in alto"...

UNGHEZZA DI UNA CIRCONFERENZA : $\frac{2\pi r}{(2\pi)r}$ NON È FACILE!

da qui $\Rightarrow \pi r^2, \frac{4}{3}\pi r^3$

WUVE STER (ARCHIMEDE)

(BOYER "Storia della matematica" MONADORI)

Pb Come possiamo introdurre il π ?

• Rapporto tra circonferenza e diametro $\pi = \frac{C}{2r}$

Pb Come spieghiamo che questo rapporto delle circonferenze è costante?

• Se prendo delle circonferenze concentriche vedo delle figure simili... hanno la stessa forma! (W LA SIMILITUDINE!)
È proprio da modo con cui funziona la nostra percezione!

$\Rightarrow$ deve essere costante il rapporto tra la lunghezza delle circonferenze e il raggio (È PIÙ INTUITIVO) ...
... poi si passa al diametro!

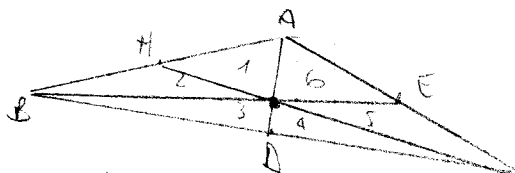
$$\Rightarrow C/\pi = \frac{C}{r}$$

N.B. Importanza della disconnessione in classe, da tante cose dette un'idea confusa, un'osservazione... etc. e se fuori le cose giuste! (È quello che conta!)

Oss. Occhio agli scatti in matematica!

Es. mediane e baricentro

In un triangolo facciamo ogni mediana passare per il punto di intersezione delle altre due:



SCONTO!
+ punti 3 pagli 2

Divide in 6 triangolini con vertice al baricentro

- Non fare esperimenti toccati come mongolfiere per ora mi lascio sempre una finestra aperta a curiosità e generalizzazioni!
- Introdurre un risultato teorico quando serve!
 $\Rightarrow$ metodo diverso da quello universitario!

// FINESTRA //

CONSTRUZIONI CON RIGA E COMPASSO

- DUPLICAZIONE DEL CUBO
- TRISEZIONE DELL'ANGOLO
- QUADRATURA DEL CERCHIO

Risolti recentemente, alla fine dell'800.

L'ultimo nel 1882 con la dim della trascendente di π !

N.B. Rigo nuto ferche

$\Rightarrow$ lo dice sempre nell'evitare i numeri

infatti dopo le scoperte $\mathbb{P} \neq \mathbb{Q}$ i matematici greci si ritrovano "barbiti" dai numeri.

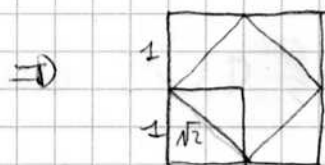
$\Rightarrow$ si dedicano alla geometria.

Pb: DUPLICAZIONE DEL QUADRATO (Es. DEFINITI)

PLATONE nel dialogo MENONE: $\rightarrow$ stabilisce la portata del problema!

Socrate chiede ad un servo di costruirlo

ma il $\square$ di lato doppio ha area quadrupla



VENI Es 2 e 3 sul DE FINETTI

- T.F. ALGEBRA
- T.F. ALGEBRA
- T.F. ANALISI (differenziale o integrale)

$y = f(x)$ continua
 $F(x) = \int f(x) dx$ LA FASTIDIO!

conviene cambiare lettera

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt$$

$$\Rightarrow F'(x) = f(x)$$

$\Rightarrow$ la derivata è l'operazione inversa dell'integrale
 (VEDI COURANT E ROBBINS)

Ma come fare l'operazione inversa

$f(x)$ derivabile

$\downarrow$
 $f'(x)$

$\times \int$

$$\int_a^x f'(t) dt = f(x) - f(a)$$

?? VEDI COURANT E ROBBINS
 (studio di caso)

LEGGE DI ASSOCIAMENTO DEL PRODOTTO

$$a^2 b^2 = (ab)^2$$

$$a^2 b^2 = (ab)^2$$

$$a \cdot b = 0 \quad a, b \in \mathbb{Z}; \quad (a, b \in \mathbb{Q})$$

$a=0$ oppure $b=0$

valle anche per
 solo con i numeri

l'unicità è una
 richiesta!

VEU

AUT

elemento uno

uno e uno solo

N.B. vale anche in $\mathbb{Z}[x], \mathbb{Q}[x], \mathbb{R}[x], \mathbb{C}[x]$ cioè
 per i polinomi

MONOMI E POLINOMI

Notioni delicate: "somministrare con cautela"

es., --, 3a ($\frac{3}{2}$) dare esempi con gradualità!

entire - 36hkl (ricorda fine)

Es: ax può essere un monomio nella variabile a o nella variabile x .

N.B. $\Rightarrow$ Insegna specificare in quale variabile si intende!

Spettinato per un oggetto che li vede per la prima volta con lettere solo l'altra.

$\Rightarrow$ Insegna specificare che c'è una convenzione non scritta per cui $a, b, \dots$ indicano i coefficienti letterali e $x, y, \dots$ le variabili.

Es: $x^2y^2 - 2xy + 1$ polinomio

possiamo vederlo - alla se x o alla se y o come polinomio in 2 variabili.

N.B.: L'AMBIGUITÀ se lo sappiamo usare è una ricchezza perché ci dà più portabilità.

oss: Y numeri sono dei monomi!

È importante farlo capire perché distingue molte cose.

Es: $2 = 2x^0$

o

$\Rightarrow$ i monomi e i polinomi si presentano come generali termini dei numeri ($\mathbb{R} \subseteq \mathbb{R}[x]$)

La nozione di POLINOMIO è cruciale!

2004: polinomio $a \mapsto (a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_0)$

N.B. $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 \neq x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$

e specificare dove sono i coefficienti e le cose più importanti!