

nome e cognome: _____

data: _____

1) Utilizzando la definizione di successione convergente, stabilisci se è vero che: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2-3n}{n} = -3$

2) Calcola il limite della successione: $\lim_{n \rightarrow +\infty} (3n - \sqrt{n^2 - 1}) \rightarrow +\infty$

3) Calcola: $\sum_{n=1}^{500} (3n+3) \rightarrow S_{500} = \frac{6+1503}{2} \cdot 500 = 377.250$

Stabilisci il carattere delle seguenti serie e nel caso siano convergenti calcolane la somma

4) $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{2-x}{x+3}\right)^k \rightarrow$ serie geom. di ragione $q = \frac{2-x}{x+3}$ e termine iniziale $a_1 = \frac{2-x}{x+3}$ converge a $\frac{2-x}{2x+1}$ per $x > -\frac{1}{2}$

5) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{5}{k^2 + 3k + 2} \rightarrow$ serie telescopica $= 5 \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k+2}\right) = \frac{5}{2}$

6) $\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3-2^k}\right)^k \rightarrow$ serie geom. di ragione $q = \frac{1}{3-2^k}$ e termine iniziale $a_1 = 1$ converge a $\frac{3-2^x}{2-2^x}$ per $\left|\frac{1}{3-2^k}\right| < 1 \rightarrow 2^{2x} - 6 \cdot 2^{2x} + 8 > 0 \rightarrow x < 1$ e $x > 2$

7) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(k\pi)}{k} \rightarrow$ serie armonica a termini di segno alterno, il termine generico è infinitesimo, converge per il criterio di Leibniz

8) Una palla cade da una altezza di 1m e rimbalza. Ad ogni rimbalzo da una altezza h essa risale ad una altezza di $\frac{4}{7}h$. calcola lo spazio percorso dalla palla nel suo moto di ascesa e discesa. \rightarrow

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left[\left(\frac{4}{7}\right)^k + \left(\frac{4}{7}\right)^{k+1} \right] = \frac{1}{1-\frac{4}{7}} + \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{1-\frac{4}{7}} = \frac{11}{3}$$