

IPERBOLE

“L’iperbole è il luogo dei punti del piano per cui è costante la differenza delle distanze da due punti fissi detti **FUOCHI**”

Equazione canonica dell’iperbole con fuochi sull’asse x:
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Equazione canonica dell’iperbole con fuochi sull’asse y:
$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$$

In entrambi i casi si ha:
$$c^2 = a^2 + b^2$$

Distanza focale: $\overline{F_1F_2} = 2c$ - “asse trasverso”: $\overline{A_1A_2} = 2a$ - “asse NON trasverso”: $\overline{B_1B_2} = 2b$ -

Asintoti: $y = \pm \frac{b}{a}x$ sono le diagonali del rettangolo avente per lati le 4 rette $x = \pm a$ e $y = \pm b$

L’eccentricità è il rapporto tra la distanza focale e l’asse trasverso $e = \frac{\text{distanza focale}}{\text{asse trasverso}} = \frac{2c}{2a} = \frac{c}{a} > 1$.

L’eccentricità di un’iperbole è sempre > 1

se	Iperbole con fuochi sull’asse x	Iperbole con fuochi sull’asse y
Vertici	$A_{1,2} = (\pm a, 0)$	$B_{1,2} = (0, \pm b)$
Fuochi	$F_{1,2} = (\pm c; 0)$	$F_{1,2} = (0; \pm c)$
Asse trasverso	$\overline{A_1A_2} = 2a$	$\overline{B_1B_2} = 2b$
Eccentricità	$e = \frac{c}{a}$	$e = \frac{c}{b}$

se $a = b$ l’iperbole si dice equilatera:

Iperbole equilatera con asse focale sull’asse x: $x^2 - y^2 = a^2$

Iperbole equilatera con asse focale sull’asse y: $y^2 - x^2 = a^2$

In entrambi i casi gli asintoti sono le rette $y = \pm x$ e risulta $e = \sqrt{2}$

Le precedenti iperboli sono “riferite agli assi di simmetria” (gli assi sono gli assi cartesiani) per distinguerle dalla **iperbole equilatera riferita agli asintoti**: (in cui gli asintoti sono gli assi cartesiani) Equazione canonica $xy = k$

se	$xy = k$ (con $k > 0$) il grafico è nel I e III quadrante	$xy = k$ (con $k < 0$) il grafico è nel II e IV quadrante
Vertici	$A_1 = (\sqrt{k}, \sqrt{k})$ e $A_2 = (-\sqrt{k}, -\sqrt{k})$	$A_1 = (\sqrt{-k}, -\sqrt{-k})$ e $A_2 = (-\sqrt{-k}, \sqrt{-k})$
Fuochi	$F_1(\sqrt{2k}; \sqrt{2k})$ e $F_2(-\sqrt{2k}; -\sqrt{2k})$	$F_1(\sqrt{-2k}; -\sqrt{-2k})$ e $F_2(-\sqrt{-2k}; \sqrt{-2k})$

In entrambi i casi l’eccentricità è $e = \sqrt{2}$ (è un’iperbole equilatera)