

Determina le condizioni di esistenza dei seguenti radicali e riscrivili portando fuori dal segno di radice i possibile fattori:

$$1) \sqrt{\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2(x-3)}} \rightarrow \text{C.E. } 1 \leq x \leq 2; \quad x > 3$$

Semplifica le seguenti espressioni, indicando dove necessario le condizioni di esistenza:

$$2) \frac{1}{2-\sqrt{3}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} \rightarrow 6$$

$$3) (\sqrt{a}-1)^3 + 2(2-3\sqrt{a})^3 + 3(23\sqrt{a}-35a-5) \rightarrow -53a\sqrt{a} \quad \text{C.E. } a \geq 0$$

$$4) \left(\sqrt{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2-1+1}} \right) \cdot (x+1) \rightarrow \sqrt{x^2-1} \quad \text{C.E. } x > 1$$

$$5) \left(\sqrt{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt[4]{\frac{a^3}{b^3}} \cdot \sqrt[8]{\frac{a^7}{b^7}} \right) : \sqrt[8]{\frac{a}{b}} \rightarrow \frac{a^2}{b^2} \quad \text{C.E. } ab \neq 0$$

Razionalizza il denominatore dei seguenti radicali e se possibile semplifica il risultato:

$$6) \frac{1}{8\sqrt{8}} \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{32}$$

$$\frac{6}{\sqrt[4]{2}} \rightarrow 3\sqrt[4]{8}$$

$$7) \frac{3+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} \rightarrow 2+\sqrt{3}$$

$$\frac{-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{-1-\sqrt{3}} \rightarrow 2\sqrt{2}-\sqrt{6}$$

Risolvi le seguenti equazioni e sistemi di equazioni a coefficienti irrazionali:

$$8) \sqrt{3}(x-\sqrt{3}) + \sqrt{2}(\sqrt{2}-x) = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} - 1 \rightarrow x=1$$

$$9) \begin{cases} \frac{x-y}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{x}{\sqrt{5}} + \sqrt{2} \\ \frac{x-y}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \sqrt{5} - \frac{y}{\sqrt{2}} \end{cases} \rightarrow \text{(moltiplica la prima eq. per } \sqrt{5}-\sqrt{2} \text{ e la seconda per } \sqrt{5}+\sqrt{2} \text{)} \rightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=2 \end{cases}$$

Trasforma i seguenti radicali quadratici doppi in radicali semplici:

$$10) = \sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{3-\sqrt{8}} = \sqrt{2}-1$$

$$\sqrt{16-2\sqrt{15}} = \sqrt{15}-1$$