

SCHEMA di RISOLUZIONE INTEGRALI INDEFINITI

1. Controllo se è un **INTEGRALE IMMEDIATO**

2. **INTEGRALI RICONDUCEBILI A INTEGRALI IMMEDIATI** (es: aggiungo/sottraggo -moltiplico/divido una stessa quantità; applico formule goniometriche e parametriche)

- $\int f(x)^\alpha \cdot f'(x) dx = \frac{f(x)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c \quad (\alpha \neq -1) \heartsuit$
- $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c \clubsuit$
- $\int e^{f(x)} \cdot f'(x) dx = \ln|f(x)| + c = e^{f(x)} + c$
 - $\int a^{f(x)} \cdot f'(x) dx = a^{f(x)} / \ln(a) + c$
- $\int \cos[f(x)] \cdot f'(x) dx = \sin[f(x)] + c$
 - $\int \sin[f(x)] \cdot f'(x) dx = -\cos[f(x)] + c$
- $\int \frac{f'(x)}{1+[f(x)]^2} dx = \arctg[f(x)] + c \spadesuit$
 - $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-[f(x)]^2}} dx = \arcsen[f(x)] + c$
-

3. **RISOLUZIONE PER SOSTITUZIONE** (non è sempre facile capire quale sostituzione)

4. **RISOLUZIONE PER PARTI** (anche più volte): $\int f \cdot g' = f \cdot g - \int f' \cdot g$

5. integrale di funzioni **RAZIONALI FRATTE**

a. grado **N(x) ≥ grado D(x)** eseguo la **divisione fra polinomi**

b. grado **N(x) < grado D(x)**

b.0 il numeratore è la derivata del denominatore: $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c \clubsuit$

b.1 grado **D(x)=1** aggiusto il polinomio N(x) per ritrovare: $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c \clubsuit$

b.2 grado **D(x)=2** 3 casi

Δ > 0



Δ = 0



Δ < 0



<p style="color: red; font-weight: bold;">grado N=0 o N=1</p> <p>scompongo il denominatore come $D(x)=(x-x_1) \cdot (x-x_2)$ e cerco A e B in modo da avere:</p> $\frac{N(x)}{D(x)} = \frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2}$ <p>e risolvo l'integrale del tipo: $\ln \clubsuit$</p>	<p style="color: orange; font-weight: bold;">grado N=0</p> <p>scompongo il denominatore per risolvere l'integrale tipo $f(x)^{\alpha+1} \heartsuit$</p>	<p style="color: orange; font-weight: bold;">grado N=1</p> <p>scrivo il denominatore come $D(x)=(x-x_0)^2$ e cerco A e B in modo da avere:</p> $\frac{N(x)}{D(x)} = \frac{A}{x-x_0} + \frac{B}{(x-x_0)^2}$ <p>e risolvo gli integrali del tipo $\ln \clubsuit$ e $f(x)^{\alpha+1} \heartsuit$</p>	<p style="color: red; font-weight: bold;">grado N=0</p> <p>scrivo il denominatore nella forma $1+f(x)^2$ e il numeratore come $f'(x)$ poi risolvo l'integrale del tipo $\arctg \spadesuit$</p>	<p style="color: red; font-weight: bold;">Grado N=1</p> <p>scrivo il numeratore come la derivata del denominatore e risolvo un integrale del tipo $\ln \clubsuit$ e l'altro del tipo $\arctg \spadesuit$</p>
---	--	--	---	--

b.3 grado **D(x) >= 3....** Scompongo $D(x)=(x-x_1) \cdot (x-x_2) \cdot (x-x_3)$ e cerco A,B,C in modo da avere:

$\frac{N(x)}{D(x)} = \frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2} + \frac{C}{x-x_3}$ e ritorno ai casi precedenti $f(x)^{\alpha+1} \heartsuit$ e $\ln \clubsuit$. Se le soluzioni non fossero tutte

reali e distinte si potrebbero avere vari casi:

$$\frac{N(x)}{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)} = \frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2} + \frac{C}{x-x_3}$$

$$\frac{N(x)}{(x-x_1)^3} = \frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{(x-x_1)^2} + \frac{C}{(x-x_1)^3}$$

$$\frac{N(x)}{(x-x_1)(x-x_2)^2} = \frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2} + \frac{C}{(x-x_2)^2}$$

$$\frac{N(x)}{(x-x_1)(x^2+p)} = \frac{A}{x-x_1} + \frac{Bx+C}{x^2+p} \quad (p > 0)$$