INTEGRALI IMPROPRI: n° 490 pg. 2002

$$\int_0^1 2\ln x\,dx$$

$\ln x$ è definito per $x>0$

determino una primitiva di $\ln x$

$$\int \ln x\,dx = \quad \leftarrow \quad \boxed{\text{per parti} \quad f=\ln x \quad g'=1 \quad f'=\frac{1}{x} \quad g=x}$$

$$= x\ln x - \int \cancel{x}\cdot\frac{1}{\cancel{x}}\,dx = x\ln x - x + c$$

allora

$$2\int_0^1 \ln x\,dx = 2\lim_{t\to0^+}\int_t^1 \ln x\,dx =$$

$$= 2\lim_{t\to0^+}\left[x\ln x - x\right]_t^1 =$$

$$= 2\lim_{t\to0^+}\left[1\cdot\underbrace{\ln 1}_{=0} - 1 - \left(\underbrace{t\ln t}_{\to 0} - \underbrace{t}_{\to 0}\right)\right] =$$

$$= 2(-1) \quad \text{quindi}$$

$$\boxed{2\int_0^1 \ln x\,dx = -2}$$

CALCOLO f.i. $0\cdot\infty$ f.i. $\frac{\infty}{\infty}$

$$\lim_{t\to0^+} t\ln t = \lim_{t\to0^+}\frac{\ln t}{\frac{1}{t}} \underset{H^*}{=}$$

applico il teor. di de L'HOSPITAL

$$= \lim_{t\to0^+}\frac{1}{\cancel{t}}\cdot\frac{1}{-\frac{1}{t^{\cancel{2}}}} = \lim_{t\to0^+}(-t) = 0$$