Numeri Complessi e coordinate polari – 4° scientifico

Soluzioni SIMULAZIONE

Nome e cognome: ____________________________

Data: ____________

1) esprimi il risultato della seguente espressione in forma algebrica:

$$\frac{(3-2\boldsymbol{i})^2}{1-\boldsymbol{i}}-2(\boldsymbol{i}-1)(2+2\boldsymbol{i}) \Rightarrow \frac{33}{2}-\frac{7}{2}\boldsymbol{i}$$

2) Rappresenta sul piano cartesiano i punti $A\left[1;\frac{3}{4}\pi\right]$ e $B\left[2;\frac{7}{6}\pi\right]$ dati in coordinate polari;
calcola la loro distanza in coordinate polari;
scrivi l'equazione della retta OA, della retta OB, della retta r, perpendicolare ad OA passante per A e della retta s, perpendicolare ad OB passante per B in coordinate polari ➔

$A\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $A\left(-\sqrt{3},-1\right)$

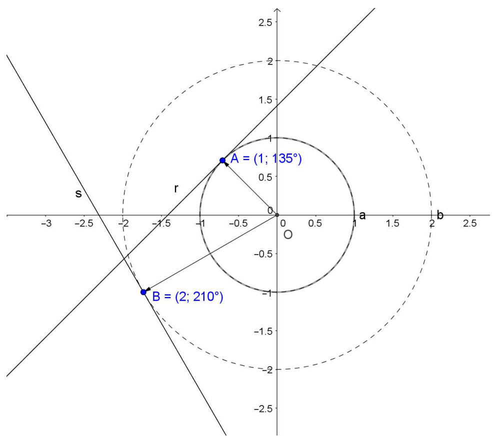
calcola la loro distanza in coordinate polari; ➔ $\overline{AB}^2=5-\sqrt{6}+\sqrt{2}$

scrivi l'equazione della retta OA e della retta OB in coordinate polari ➔ $r_{OA}: tg\ \alpha=\frac{3}{4}\pi$;

$r_{OB}: tg\ \alpha=\frac{7}{6}\pi$

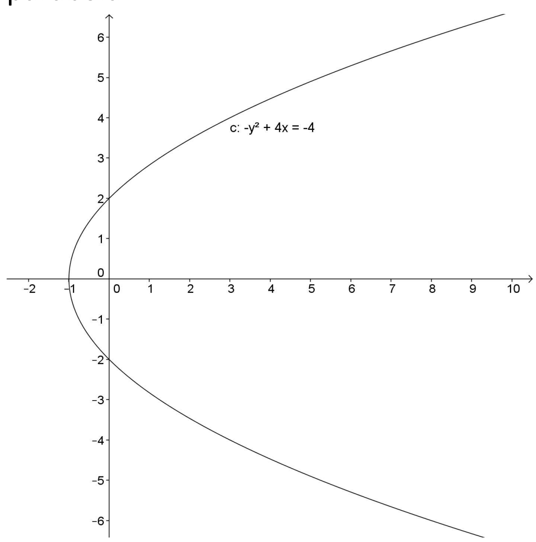
$$retta\ r\perp_{OA}:\ r=\frac{1}{cos\left(\frac{3}{4}\pi-\alpha\right)}$$

$$retta\ s \perp_{OB}:\ r = \frac{2}{cos\left(\frac{7}{6}\pi - \alpha\right)}$$



3) Traccia il grafico della seguente funzione data in coordinate polari: $\rho = -\frac{2}{1+cos\,\theta}$ ➔

parabola $x = \frac{1}{4}y^2 - 1$



4) Risolvi la seguente equazione $z^2 - 4z + 8 = 0$ e rappresenta le sue soluzioni in forma algebrica, trigonometrica ed esponenziale,

calcola la loro somma, il loro prodotto e il loro quoziente. ➔

$$z_1 = 2 + 2i = 2\sqrt{2}\left(cos\frac{\pi}{4} + i \cdot sen\frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2} \cdot e^{i\frac{\pi}{4}}$$

$$z_2 = 2 - 2i = 2\sqrt{2}\left[cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \cdot sen\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right] = 2\sqrt{2} \cdot e^{-i\frac{\pi}{4}}$$

→ $z_1 + z_2 = 4$, $z_1 \cdot z_2 = 8$, $z_1 / z_2 = i$

5) calcola la potenza terza e le radici cubiche del numero complesso: $z = 8\boldsymbol{i}$ e scrivi i risultati in forma algebrica, in forma trigonometrica e in forma esponenziale e rappresenta le radici nel piano di Gauss ➔ $z = 8\left(cos\,\frac{\pi}{2} + \boldsymbol{i}\ sen\,\frac{\pi}{2}\right)$ → $z^3 = -512\boldsymbol{i} = 512\left(cos\,\frac{3}{2}\pi + \boldsymbol{i}\ sen\,\frac{3}{2}\pi\right) = 512 \cdot e^{\frac{3}{2}\pi}$

→ $\sqrt[3]{z} = \sqrt[3]{8}\left[cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3}\right) + \boldsymbol{i}\ sen\left(\frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3}\right)\right] \quad per\ k = 0, 1, 2$

$$z_0 = 2\left[cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + \boldsymbol{i}\ sen\left(\frac{\pi}{6}\right)\right] = \sqrt{3} + \boldsymbol{i} = 2e^{\boldsymbol{i}\frac{\pi}{6}}$$

$$z_1 = 2\left[cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}\right) + \boldsymbol{i}\ sen\left(\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}\right)\right] = -\sqrt{3} + \boldsymbol{i} = 2e^{\boldsymbol{i}\frac{5}{6}\pi}$$

$$z_2 = 2\left[cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{4\pi}{3}\right) + \boldsymbol{i}\ sen\left(\frac{\pi}{6} + \frac{4\pi}{3}\right)\right] = -2\boldsymbol{i} = 2e^{\boldsymbol{i}\frac{3}{2}\pi}$$