

SCOMPOSIZIONE DI POLINOMI

Nome: _____ data: _____

Scomporre un polinomio significa **trasformarlo nel prodotto di più polinomi di grado inferiore**.

Il grado di un monomio si calcola sommando tutti gli esponenti della parte letterale

Il grado di un polinomio è uguale al massimo grado dei suoi termini

Non sempre è possibile scomporre un polinomio (allora il polinomio è detto **irriducibile**).

Non esiste un metodo unico per scomporre i polinomi: occorre fantasia, esperienza e molto esercizio.

Metodo 1) Raccoglimento a fattore comune:

a) $6x^2y + 4xy^2 - 2x^2y^2 + 2xy = 2xy(3x + 2y - xy + 1)$

b) $(x + y)^2 - 8y(x + y) + (x + y) = (x + y)[(x + y) - 8y + 1]$ (si può raccogliere a fattore comune anche un polinomio)

c) $(2x - y) + 6x(y - 2x) = (2x - y) - 6x(-y + 2x) = (2x - y) \cdot (1 - 6x)$ (occorre cambiar segno al secondo polinomio)

Metodo 2) Raccoglimenti successivi a fattore comune:

d) $3x^2 - 3xy^2 - x^3 + x^2y^2 - x^4 + x^3y^2 = x(3x - 3y^2 - x^2 + xy^2 - x^3 + x^2y^2) = x[3(x - y^2) - x(x - y^2) - x^2(x - y^2)] = x(x - y^2)[3 - x - x^2]$

A^2	AB	A
AB	B^2	B
A	B	

Metodo 3-4-5-6-7-8) Scomposizione mediante prodotti notevoli:

$A^2 - B^2 = (A + B) \cdot (A - B)$

$A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$

$A^2 + B^2 + C^2 + 2AB + 2AC + 2BC = (A + B + C)^2$

$A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 = (A + B)^3$

$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$

$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$

A^2	AB	AC	A
AB	B^2	BC	B
AC	BC	C^2	C
A	B	C	

Talvolta si devono applicare più tecniche nello stesso esercizio:

e) $9x^2 - 6x + 1 - y^2 = (3x - 1)^2 - y^2 = (3x - 1 + y)(3x - 1 - y)$ (prima quadrato di binomio poi differenza di quadrati)

f) $-x^3 - x^{11} + 2x^7 = -x^3(1 + x^8 - 2x^4) = -x^3(1 - x^4)^2 = -x^3[(1 + x^2)(1 - x^2)]^2 = -x^3(1 + x^2)^2(1 + x)^2(1 - x)^2$
(prima raccoglimento totale poi quadrato di binomio poi differenza di quadrati due volte)

Metodo 9) Scomposizione di un trinomio notevole: $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

g) $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$

Metodo 10) Scomposizione con la regola di Ruffini:

in un polinomio a coefficienti interi, gli eventuali zeri razionali vanno cercati fra i numeri di tipo $\pm p/q$, dove p è un divisore intero del termine noto e q è un divisore intero del coefficiente del termine di grado massimo.

h) $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$. I divisori interi del termine noto sono: $\pm 1; \pm 2; \pm 3$, si verifichi quali tra questi costituiscono degli zeri per il polinomio:

$P(1) = 1 - 2 - 5 + 6 = 0 \rightarrow 1$ è uno zero del polinomio

$P(-1) = -1 - 2 + 5 + 6 \neq 0$

$P(2) = 8 - 8 - 10 + 6 \neq 0$

$P(-2) = -8 - 8 + 10 + 6 = 0 \rightarrow -2$ è uno zero del polinomio

$P(3) = 27 - 18 - 15 + 6 = 0 \rightarrow 3$ è uno zero del polinomio

Quindi il polinomio $P(x)$ è divisibile per $(x - 1)$, $(x + 2)$ e $(x - 2)$

Si può applicare la regola di Ruffini per due volte oppure.....

	1	-2	-5	6
$a = 1$		1	-1	-6
	1	-1	-6	0
$a = -2$		-2	+6	
	1	-3	0	

In ogni caso il polinomio fattorizzato è: $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 1)(x + 2)(x - 3)$