

Dall'elettromagnetismo alle equazioni di Maxwell (cap.20)

- **Esperimento di Oersted** [Christian Oersted Dk, 1777-1851]: Il passaggio di corrente elettrica in un filo genera un campo magnetico in cui linee di forza* del vettore campo magnetico B sono le infinite circonferenze concentriche di cui il filo costituisce l'asse, il verso del vettore campo magnetico si può ottenere con la regola della mano destra e il modulo vale:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r} \quad (\text{Legge empirica di Biot e Savart})$$

- **Esperimento di Ampère** [André-Marie Ampère FR, 1775-1836]: Due fili conduttori rettilinei e paralleli si attraggono se la corrente li percorre nello stesso verso e si respingono se la corrente li percorre in versi opposti, con una

$$\text{forza: } F_l = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{L \cdot I_1 \cdot I_2}{r}$$

- **Principio di equivalenza di Ampère**: "un ago magnetico posto all'interno di un campo magnetico si comporta come una spirale, ovvero risente di una coppia di forze che tende a farlo ruotare"

- **Esperimenti di Faraday** [Michael Faraday UK, 1791-1867]: un magnete esercita una forza su un conduttore percorso

$$\text{da corrente } \vec{F}_{\text{magnetica}} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B}$$

$$B \text{ si misura in tesla } 1T = \frac{1N \cdot s}{C \cdot m} \quad [\text{Nikola Tesla USA, 1856-1953}]$$

- **Forza di Lorentz** [Hendrik Lorentz NL, 1853-1928]: su una carica in moto in un campo magnetico: $\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$ o in

generale in presenza anche di un campo elettrico: $\vec{F} = q\vec{E} + q \vec{v} \times \vec{B}$

campo elettrico \vec{E}	campo magnetico \vec{B}
<p>Teorema di Gauss per il campo elettrico: il flusso del campo elettrico E attraverso una qualsiasi superficie chiusa S vale:</p> $\Phi_{\text{sup.ch.}}(\vec{E}) = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_{\text{interna}}}{\epsilon_0}$	<p>Teorema di Gauss per il campo magnetico: il flusso del campo magnetico B attraverso una qualsiasi superficie chiusa S è nullo</p> $\Phi_{\text{sup.ch.}}(\vec{B}) = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$
le linee di forza* sono linee aperte che iniziano da una carica positiva e finiscono su una carica negativa	le linee di forza* sono linee chiuse
il teorema di Gauss esprime matematicamente il fatto che le cariche elettriche sono "sorgenti" di un campo elettrico le quali possono essere positive o negative e possono esistere isolate	il teorema di Gauss esprime matematicamente il fatto che non possono esistere poli magnetici isolati
La circuitazione del campo elettrostatico lungo ogni linea chiusa γ è nulla	Teorema della circuitazione di Ampère: la circuitazione di un qualunque campo magnetico B lungo una linea chiusa γ è uguale alla somma algebrica delle correnti concatenate alla linea stessa (<i>una corrente I è concatenata ad una linea chiusa γ se attraversa la superficie delimitata dalla linea chiusa</i>)
$\Gamma_\gamma(\vec{E}) = \oint_{\text{linea ch. } \gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$	$\Gamma_\gamma(\vec{B}) = \oint_{\text{linea ch. } \gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot \sum_n I_n$
<p>questo integrale esprime matematicamente il fatto che</p> <p>→ il campo E è un campo conservativo</p> <p>→ si può definire una energia potenziale elettrica (come già fatto per il campo gravitazionale)</p> <p>→ attenzione: questo è vero solo se non sono presenti variazioni del flusso del campo magnetico</p>	<p>il teorema della circuitazione di Ampère esprime matematicamente il fatto che</p> <p>→ il campo B è un campo non conservativo</p> <p>→ non si può parlare di energia potenziale magnetica</p> <p>→ le correnti sono "sorgenti" di un campo magnetico</p> <p>→ attenzione: questo è vero solo se non sono presenti variazioni del flusso del campo elettrico</p>
<p>** $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$ costante dielettrica nel vuoto</p> <p>costante universale (compare nella legge di Coulomb)</p>	<p>** $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$ permeabilità magnetica nel vuoto</p> <p>costante universale (compare nella legge di Biot-Savart)</p>

Si osservi che il campo elettrico E non compare nelle equazioni che descrivono il campo magnetico B e viceversa

* Le linee di forza di un campo:

(1) sono più fitte dove il campo è più intenso (*criterio di Faraday, indicano il modulo*)

(2) la cui tangente, in ogni suo punto, è diretta come il campo magnetico in quel punto (*indicano direzione e verso*)

(3) non si intersecano mai (*altrimenti ci sarebbero più rette tangenti nello stesso punto*)

- OSSERVAZIONE: quando i campi elettrici e magnetici sono costanti nel tempo possono essere trattati separatamente, ma quando essi variano, le loro interazioni reciproche non possono più essere trascurate.

2 Quando il campo magnetico varia nel tempo varia anche il suo flusso attraverso una superficie S e nel bordo γ di S si origina una f.e.m. indotta data dalla legge di Faraday-Neumann-Lenz

$$f.e.m. = -\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t \rightarrow 0} -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

se dividiamo il circuito in tanti segmenti infinitesimi e introduciamo per ciascuno di essi il vettore $d\vec{l}$ orientato nel verso di spostamento della corrente e il cui modulo è pari alla lunghezza del segmento e ricordando che la f.e.m. è definita come il rapporto tra il lavoro effettuato dalla forza elettrica per spostare una carica q lungo il circuito e la

$$\text{carica stessa, si ha: } f.e.m. = \frac{\sum_k \vec{F}_k \cdot d\vec{l}_k}{q} = \sum_k \frac{\vec{F}_k}{q} \cdot d\vec{l}_k = \sum_k \vec{E}_k \cdot d\vec{l}_k = \oint_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

(un integrale di questo tipo è detto "circuitazione")

Quindi la **LEGGE DI FARADAY-NEUMANN-LENZ** nel caso generale diventa: $f.e.m. = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = \oint_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l}$

$$\Gamma_{\gamma}(\vec{E}) = \oint_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

questo integrale, chiamato **circuitazione del campo elettrico E**, esprime matematicamente il fatto che variazioni di flusso magnetico generano un campo elettrico e quindi ne sono "sorgenti"

La CORRENTE di SPOSTAMENTO e la LEGGE di AMPÈRE-MAXWELL: secondo la legge di Faraday-Neumann-Lenz, una variazione di flusso magnetico genera un campo elettrico. Maxwell ipotizzò che anche una variazione di campo elettrico potesse generare un campo magnetico. Egli chiamò tale corrente corrente di spostamento I_s e ne determinò il valore:

$$I_s = \epsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}$$

Inserendola al secondo membro del teorema della circuitazione di Ampère rendendolo valido sia nelle situazioni statiche che dinamiche:

$$\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot (I + I_s) = \mu_0 I + \mu_0 I_s = \mu_0 \cdot I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}$$

$$\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}$$

questo integrale, chiamato **circuitazione del campo magnetico B**, esprime matematicamente il fatto che variazioni di flusso elettrico generano un campo magnetico e quindi ne sono "sorgenti"

Le equazioni di MAXWELL:

$$1. \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_{interna}}{\epsilon_0}$$

Le cariche elettriche sono "sorgenti" di un campo elettrico

le variazioni di flusso di campo magnetico sono "sorgenti" di un campo elettrico

Legge di GAUSS per il campo elettrico

C.F.Gauss (DE, 1777-1855)

$$2. \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Legge di GAUSS per il campo magnetico

$$3. \oint_\gamma \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

Legge di FARADAY-NEUMANN-LENZ

M.Faraday (UK, 1791-1867)

F.E.Neumann (De, 1798-1895)
H.Lenz (Ru, 1804-1865)

$$4. \oint_\gamma \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}$$

Legge di AMPÈRE-MAXWELL

A.M.Ampère (Fr, 1775-1836)

J.C.Maxwell (UK, 1831-1879)

le correnti sono "sorgenti" di un campo magnetico

$$\frac{1}{c^2} = \mu_0 \epsilon_0$$

le variazioni di flusso di campo elettrico sono "sorgenti" di un campo magnetico

H.R.Hertz (De, 1857-1894) rileva per primo l'esistenza delle onde e.m.
G.Marconi (IT, 1874-1937) sviluppa un efficace sistema di telecomunicazioni per mezzo di onde e.m.

I campi E e B possono esistere anche in assenza di cariche elettriche e di correnti elettriche, inoltre la variazione di uno di essi genera l'altro e la variazione di questo, a sua volta, si ripercuote sul primo; ciò produce due campi variabili nel tempo che si propagano nello spazio vuoto: tali equazioni descrivono il comportamento di tutte le onde elettromagnetiche e quindi anche della luce