
ESEMPIO SECONDA PROVA DI MATEMATICA E FISICA
pubblicato dal MIUR il 28 febbraio 2019

Svolgimento

Quesito 7

A cura di Lidia Ceresara

a) Nel caso di urto elastico, si conservano la quantità di moto totale e l'energia cinetica totale del sistema:

$$\begin{cases} mv_{1i} = mv_{1f} + 3mv_{2f} \\ \frac{1}{2}mv_{1i}^2 = \frac{1}{2}mv_{1f}^2 + \frac{1}{2} \cdot 3mv_{2f}^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_{1i} = v_{1f} + 3v_{2f} \\ v_{1i}^2 = v_{1f}^2 + 3v_{2f}^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_{1f} = v_{1i} - 3v_{2f} \\ v_{1i}^2 = v_{1i}^2 + 9v_{2f}^2 - 6v_{1i}v_{2f} + 3v_{2f}^2 \end{cases}$$

La velocità finale della sfera 2 è

$$12v_{2f}^2 - 6v_{1i}v_{2f} = 0 \Rightarrow v_{2f}(2v_{2f} - v_{1i}) = 0 \Rightarrow v_{2f} = \begin{cases} 0 \\ \frac{v_{1i}}{2} = \frac{v}{2} \end{cases}$$

Di cui la soluzione $v_{2f} = \frac{v_{1i}}{2}$ è quella accettabile. La velocità finale della sfera 1 è

$$v_{1f} = v_{1i} - \frac{3}{2}v_{1i} = -\frac{1}{2}v_{1i} = -\frac{v}{2}$$

il segno “-” significa che la sfera 1 torna indietro.

b) Se l'urto è completamente anelastico non si conserva l'energia cinetica iniziale e le due sfere rimangono attaccate. Si conserva solo la quantità di moto totale. Indicando con v la velocità iniziale della sfera 1 e con V la velocità finale del sistema formato dalle due sfere, si ha:

$$mv = (m + 3m)V \Rightarrow mv = 4mV \Rightarrow V = \frac{v}{4}$$

L'energia cinetica finale del sistema è

$$E_f = \frac{1}{2} \cdot 4mV^2 = 2m \frac{v^2}{16} = \frac{1}{8}mv^2$$

e l'energia cinetica iniziale è

$$E_i = \frac{1}{2}mv^2$$

L'energia dissipata è quindi

$$\Delta E = E_f - E_i = \frac{1}{8}mv^2 - \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{3}{8}mv^2$$