ESEMPIO SECONDA PROVA DI MATEMATICA E FISICA
pubblicato dal MIUR il 28 febbraio 2019

Svolgimento

Quesito 3

A cura di Francesco Benvenuti ed Elisa Garagnani

La probabilità che la prima pallina estratta sia la numero 10 vale 1/16, mentre la probabilità che venga estratta una pallina con un numero minore di 10 vale 9/16. La probabilità richiesta è quindi

$$p_1 = \frac{1}{16} \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{9}{16} = \frac{9^2}{16^3} = \frac{81}{4096} \approx 1,98\%$$

Un primo modo per calcolare la probabilità p_2 richiesta è l'approccio classico, per cui le possibili cinquine estratte contemporaneamente sono

$$C_{16,5} = \binom{16}{5} = \frac{16!}{11!\,5!} = 4362$$

Invece i casi favorevoli sono le cinquine che contengono il numero 13 come numero massimo, e in cui le rimanenti quattro palline hanno numeri compresi tra 1 e 12. Tale numero è uguale al numero di quaterne scelte tra 12 palline, cioè

$$C_{12,4} = \binom{12}{4} = \frac{12!}{8!\,4!} = 495$$

La probabilità richiesta vale dunque

$$p_2 = \frac{C_{12,4}}{C_{16,5}} = \frac{495}{4362} = \frac{165}{1456} \approx 11,3\%$$

Un secondo modo per calcolare p_2 può essere quello di pensare di estrarre le 5 palline una alla volta, senza reimbussolamento e senza considerare l'ordine di estrazione.
In questo caso si ottiene

$$p_2 = \binom{5}{1} \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{12}{15} \cdot \frac{11}{14} \cdot \frac{10}{13} \cdot \frac{9}{12} = \frac{165}{1456} \approx 11,3\%$$

dove il coefficiente $\binom{5}{1}$ rappresenta le cinque possibili posizioni di uscita del numero 13 e gli altri fattori rappresentano le probabilità di uscita di altri 4 numeri inferiori al 13.