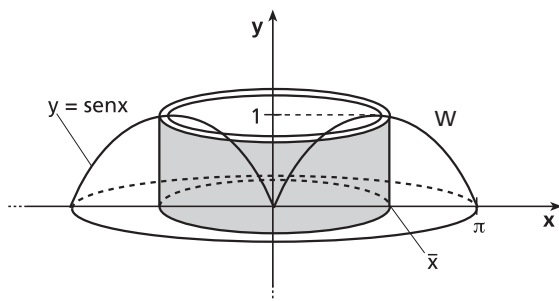


**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO  
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2011**

- 3** Sia  $R$  la regione delimitata, per  $x \in [0; \pi]$ , dalla curva  $y = \sin x$  e dall'asse  $x$  e sia  $W$  il solido ottenuto dalla rotazione di  $R$  attorno all'asse  $y$ . Si calcoli il volume di  $W$ .

## SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2011

- 3** In figura 11 è rappresentato il solido  $W$  ottenuto dalla rotazione intorno all'asse  $y$  della regione delimitata dalla curva  $y = \sin x$  e dall'asse  $x$ , per  $x \in [0; \pi]$ .



◀ **Figura 11.**

Consideriamo il cilindro di raggio  $\bar{x}$ ,  $0 < \bar{x} < \pi$ , e altezza  $\sin \bar{x}$ . Esso ha superficie laterale  $S(\bar{x}) = 2\pi\bar{x} \cdot \sin \bar{x}$ . Il volume del solido  $W$  può essere calcolato tramite il seguente integrale risolto per parti:

$$V = \int_0^{\pi} S(\bar{x}) d\bar{x} = \int_0^{\pi} 2\pi\bar{x} \cdot \sin \bar{x} d\bar{x} = 2\pi \left( \left[ -\bar{x} \cos \bar{x} \right]_0^{\pi} + \int_0^{\pi} \cos \bar{x} d\bar{x} \right) = 2\pi(\pi + 0) = 2\pi^2.$$