

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO DI ORDINAMENTO • 2011**

- 3** Sia R la regione delimitata dalla curva $y = x^3$, dall'asse x e dalla retta $x = 2$ e sia W il solido ottenuto dalla rotazione di R attorno all'asse y . Si calcoli il volume di W .

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO DI ORDINAMENTO • 2011

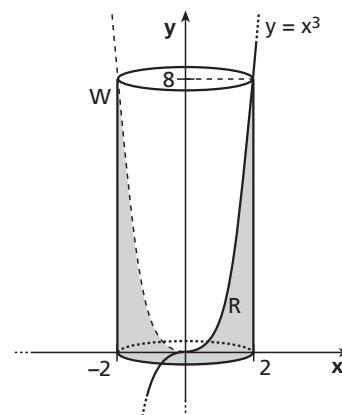
3 Consideriamo la regione R di piano delimitata dalla funzione cubica $y = x^3$, dall'asse x e dalla retta $x = 2$; ruotando tale regione intorno all'asse y si ottiene il solido W (figura 12).

Il volume del solido W si ottiene per differenza tra il volume V_C del cilindro con raggio di base 2 e altezza 8 e il volume V del solido di rotazione del ramo di curva di equazione $x = \sqrt[3]{y}$ intorno all'asse y :

$$V_C = \pi \cdot 2^2 \cdot 8 = 32\pi,$$

$$V = \pi \int_0^8 (\sqrt[3]{y})^2 dy = \pi \left[\frac{y^3}{3} \right]_0^8 = \frac{\pi}{3} \cdot 8^3 = \frac{\pi}{3} \cdot 512 = \frac{512}{3} \pi,$$

$$W = V_C - V = 32\pi - \frac{512}{3} \pi = \frac{96}{3} \pi - \frac{512}{3} \pi = -\frac{416}{3} \pi.$$



▲ Figura 12.