

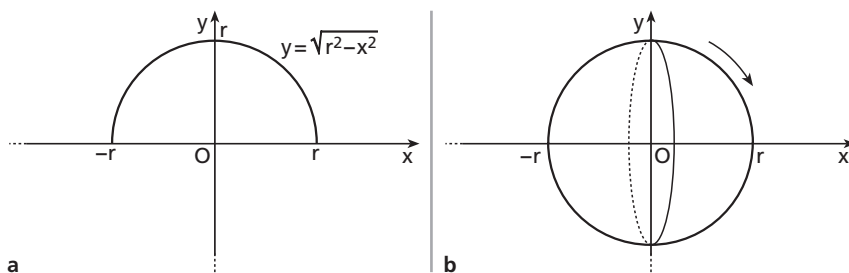
**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO  
CORSO DI ORDINAMENTO • 2004  
Sessione straordinaria**

- 6** Utilizzando il calcolo integrale, dimostrare la formula che fornisce il volume di una sfera di raggio assegnato.

**SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME**  
**CORSO DI ORDINAMENTO • 2004**  
**Sessione straordinaria**

- 6** Si consideri la sfera come il solido ottenuto dalla rotazione di un semicerchio intorno al suo diametro  $2r$ . Posto il centro del semicerchio nell'origine di un sistema di assi cartesiani e il diametro sull'asse  $x$  (figura 9a), l'equazione della semicirconferenza corrispondente è  $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ . Compiendo una rotazione intorno all'asse delle ascisse (figura 9b), per il calcolo integrale il volume della sfera ottenuta vale:

$$V = \pi \int_{-r}^r (\sqrt{r^2 - x^2})^2 dx = \pi \int_{-r}^r (r^2 - x^2) dx = \pi \left[ r^2 x - \frac{1}{3} x^3 \right]_{-r}^r = \pi \left( r^3 - \frac{1}{3} r^3 + r^3 - \frac{1}{3} r^3 \right) = \frac{4}{3} \pi r^3.$$



◀ **Figura 9.**