6 Determinare la distanza tra il punto $P(6; 6; 8)$ e la retta:

$$\begin{cases} x - y = 2z + 1 \\ z = y + 1 \end{cases}.$$

6 La distanza di $P(6;6;8)$ dalla retta

$$r: \begin{cases} x-y=2z+1 \\ z=y+1 \end{cases}$$

coincide con la distanza di P dal punto Q individuato dall'intersezione fra r e il piano α passante per P e perpendicolare a r.
Cerchiamo le equazioni parametriche di r:

$$\begin{cases} x-y=2z+1 \\ z=y+1 \end{cases} \to \begin{cases} x=2z+y+1 \\ z=y+1 \end{cases} \to \begin{cases} x=2k+k \\ y+1=k \\ z=k \end{cases} \to \begin{cases} x=3k \\ y=k-1, \\ z=k \end{cases} \text{con } k \in \mathbb{R}.$$

Il piano α passante per P e perpendicolare a r è dato allora da:

$$3\cdot(x-6)+1\cdot(y-6)+1\cdot(z-8)=0 \to 3x+y+z-32=0.$$

Determiniamo l'intersezione Q fra r e α:

$$3(3k)+(k-1)+k-32=0 \to 9k+k-1+k-32=0 \to 11k=33 \to k=3$$

da cui:

$$Q: \begin{cases} x=3\cdot 3 \\ y=3-1 \\ z=3 \end{cases} \to Q(9;2;3).$$

La distanza cercata $\overline{PQ}$ è uguale a:

$$\overline{PQ}=\sqrt{(9-6)^2+(2-6)^2+(3-8)^2}=\sqrt{9+16+25}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}.$$