

- 5** Dati i punti $A(-2; 3; 1)$, $B(3; 0; -1)$, $C(2; 2; -3)$, determinare l'equazione della retta r passante per A e per B e l'equazione del piano π perpendicolare ad r e passante per C .

- 5** La retta r passante per i due punti $A(-2; 3; 1)$ e $B(3; 0; -1)$ ha direzione $\overrightarrow{AB}$.
 Per scrivere le sue equazioni, determiniamo quelle della retta passante per A e parallela al vettore $\overrightarrow{AB}$.
 Il vettore $\overrightarrow{AB}$ ha componenti $(x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (3 - (-2); 0 - 3; -1 - 1) = (5; -3; -2)$, quindi le equazioni parametriche della retta r sono:

$$\begin{cases} x = -2 + 5k \\ y = 3 - 3k \\ z = 1 - 2k \end{cases}.$$

Osserviamo che, in alternativa, avremmo potuto ricavare l'equazione cartesiana della retta imponendo direttamente il passaggio per A e B :

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} = \frac{z - z_A}{z_B - z_A} \rightarrow$$

$$\frac{x + 2}{3 + 2} = \frac{y - 3}{-3} = \frac{z - 1}{-1 - 1} \rightarrow$$

$$\frac{x + 2}{5} = \frac{y - 3}{-3} = \frac{z - 1}{-2}.$$

Per determinare l'equazione del piano π , ricordiamo che un piano generico ha equazione $ax + by + cz + d = 0$, dove $(a; b; c)$ sono le coordinate del vettore normale al piano.

Il piano π è perpendicolare alla retta r , quindi il vettore normale al piano coincide con la direzione della retta: $(a; b; c) = (5; -3; -2)$.

Il generico piano perpendicolare a r ha quindi equazione:

$$5x - 3y - 2z + d = 0.$$

Per determinare il valore del parametro d , imponiamo il passaggio del piano per $C = (2; 2; -3)$:

$$5 \cdot 2 - 3 \cdot 2 - 2 \cdot (-3) + d = 0$$

da cui si ottiene $d = -10$.

Il piano cercato è quindi $5x - 3y - 2z - 10 = 0$.