

Q7 2016

Un test è costituito da 10 domande a risposta multipla, con 4 possibili risposte di cui una sola è esatta. Per superare il test occorre rispondere esattamente ad almeno 8 domande. Qual è la probabilità di superare il test rispondendo a caso alle domande?

Eventi semplici:

$$P(\text{esatta}) = \frac{1}{4}$$

$$P(\text{errata}) = \frac{3}{4}$$

Eventi complessi:

la probabilità di rispondere correttamente ad 8 domande sbagliandone 2 non importa in quale ordine è:

$$P(8 \text{ risposte esatte}) = \left(\frac{1}{4}\right)^8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \binom{10}{8}$$

la probabilità di rispondere correttamente ad 9 domande sbagliandone 1 non importa in quale ordine è:

$$P(9 \text{ risposte esatte}) = \left(\frac{1}{4}\right)^9 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^1 \cdot \binom{10}{9}$$

la probabilità di rispondere correttamente ad 10 domande sbagliandone 0 non importa in quale ordine è:

$$P(10 \text{ risposte esatte}) = \left(\frac{1}{4}\right)^{10} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^0 \cdot \binom{10}{10}$$

Probabilità di rispondere ad almeno 8 domande è la somma delle probabilità precedenti trattandosi di eventi incompatibili

la probabilità di rispondere correttamente ad 8 domande sbagliandone 2 non importa in quale ordine è:

$$P(\text{almeno 8 risposte esatte}) = \left(\frac{1}{4}\right)^8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \binom{10}{8} + \left(\frac{1}{4}\right)^9 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^1 \cdot \binom{10}{9} + \left(\frac{1}{4}\right)^{10} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^0 \cdot \binom{10}{10} =$$

$$P(\text{almeno 8 risposte esatte}) = \frac{405}{4^{10}} + \frac{30}{4^{10}} + \frac{1}{4^{10}} = \frac{436}{4^{10}} \cong 4 \cdot 10^{-4}$$