

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO DI ORDINAMENTO • 2008**

6 Se $\binom{n}{1}, \binom{n}{2}, \binom{n}{3}$, con $n > 3$, sono in progressione aritmetica, qual è il valore di n ?

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO DI ORDINAMENTO • 2008

6 Una successione a_n è una progressione aritmetica quando la differenza fra ogni termine e il suo precedente è uguale a una costante d , detta *ragione*:

$$a_n - a_{n-1} = d.$$

Considerando i tre termini $\binom{n}{1}$, $\binom{n}{2}$, $\binom{n}{3}$, con $n > 3$, risulta:

$$\binom{n}{2} - \binom{n}{1} = d \quad \text{e} \quad \binom{n}{3} - \binom{n}{2} = d.$$

Uguagliando i primi membri si ottiene la seguente equazione:

$$\binom{n}{2} - \binom{n}{1} = \binom{n}{3} - \binom{n}{2} \rightarrow 2\binom{n}{2} - \binom{n}{1} - \binom{n}{3} = 0.$$

Sostituendo nell'equazione ottenuta le corrispondenti espressioni dei coefficienti binomiali ricaviamo:

$$2 \frac{n(n-1)}{2} - n - \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2} = 0.$$

Dividiamo per $n > 3$ e riduciamo allo stesso denominatore semplificando:

$$6n - 6 - 6 - (n-1)(n-2) = 0 \rightarrow 6n - 12 - (n^2 - 3n + 2) = 0 \rightarrow n^2 - 9n + 14 = 0.$$

Risolviamo l'equazione:

$$n = \frac{9 \pm 5}{2} = \begin{cases} 7 \text{ accettabile} \\ 2 \text{ non accettabile} \end{cases}$$

Pertanto il valore di n cercato è $n = 7$.