ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO DI ORDINAMENTO • 2007

Il candidato risolva uno dei due problemi e 5 dei 10 quesiti in cui si articola il questionario.

8 Si risolva l'equazione:

$$4\binom{n}{4} = 15\binom{n-2}{3}.$$

8 Ricordiamo che il coefficiente binomiale può essere scritto come

$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)\cdot \ldots \cdot(n-k+1)}{k!}, \text{ con } n \geq k.$$

Pertanto

$$4\binom{n}{4} = 4\,\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{3!}, \text{ con } n \geq 4$$

e

$$15\binom{n-2}{3} = 15\,\frac{(n-2)(n-3)(n-4)}{3!}, \text{ con } n-2 \geq 3, \text{ cioè } n \geq 5.$$

Affinché abbiano senso entrambe le espressioni precedenti, dobbiamo supporre $n \geq 5$.
Imponiamo l'uguaglianza:

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{3!} = 15\,\frac{(n-2)(n-3)(n-4)}{3!}.$$

Semplificando i denominatori otteniamo:

$$(n-2)(n-3)[n(n-1) - 15(n-4)] = 0$$

$$(n-2)(n-3)(n^2 - 16n + 60) = 0,$$

che ammette come soluzioni $n = 2$, $n = 3$, $n = 6$ e $n = 10$, dove per la condizione $n \geq 5$, sono accettabili le soluzioni $n = 6$ e $n = 10$.