Liceo scientifico e opzione scienze applicate

1 Consideriamo la funzione $f(x) = e^{3-x}$. Preso un numero reale a, sia R_a la regione illimitata formata dai punti aventi ascissa $x > a$ che sono compresi tra il grafico di f e l'asse x. Per quale valore di a l'area di R_a risulta pari a 2?

1 Rappresentiamo la situazione in figura.
Il grafico di $f(x) = e^{3-x}$ si ottiene ribaltando rispetto all'asse y quello di $y = e^x$ e traslando verso destra di 3 unità.

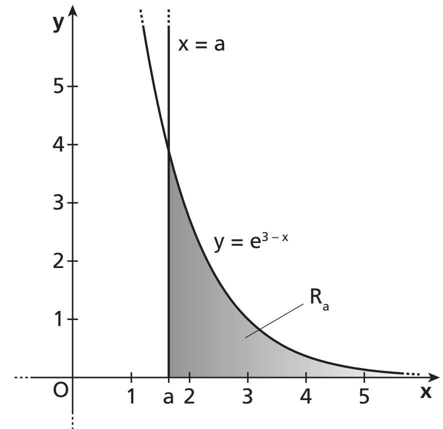

Figura 5

Calcoliamo l'area della regione R_a in funzione di a:

$$\int_a^{+\infty} e^{3-x}\,dx = -\lim_{t\to+\infty}\int_a^t -e^{3-x}\,dx = -\lim_{t\to+\infty}\left[e^{3-x}\right]_a^t =$$
$$-\lim_{t\to+\infty}\left(e^{3-x} - e^{3-a}\right) = e^{3-a}.$$

Imponiamo che tale area sia 2:

$$e^{3-a} = 2 \ \rightarrow\ 3 - a = \ln 2 \ \rightarrow\ a = 3 - \ln 2 \simeq 2{,}31.$$