

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO DI ORDINAMENTO • 2005
Sessione suppletiva**

- 3** Alberto e Gianna sono chiamati a risolvere la seguente equazione: $\sin x \cos x = \frac{1}{4}$. Alberto ottiene come soluzione gli angoli x tali che: $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$ oppure $x = \frac{5}{12}\pi + k\pi$ (k intero qualsiasi); Gianna trova la seguente soluzione: $x = (-1)^k \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}$ (k intero qualsiasi).
È vero o è falso che Alberto ha risolto correttamente e Gianna no? Fornire una risposta esauriente.

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME
CORSO DI ORDINAMENTO • 2005
Sessione suppletiva

3 Utilizzando la formula di duplicazione, l'equazione $\sin x \cos x = \frac{1}{4}$ è equivalente all'equazione $\sin 2x = \frac{1}{2}$ che ha soluzioni:

$$2x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee 2x = \frac{5}{6}\pi + 2k\pi \quad \rightarrow \quad x = \frac{\pi}{12} + k\pi \vee x = \frac{5}{12}\pi + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

La risposta di Alberto è quindi esatta.

Le soluzioni fornite da Gianna, $x = (-1)^k \frac{\pi}{12} + k \frac{\pi}{2}$, possono essere scritte diversamente distinguendo se k è pari o dispari, nel seguente modo:

- per k pari, cioè $k = 2k'$ ($k' \in \mathbb{Z}$), $x = \frac{\pi}{12} + 2k' \frac{\pi}{2}$ ovvero $x = \frac{\pi}{12} + k'\pi$;
- per k dispari, cioè $k = 2k' + 1$ ($k' \in \mathbb{Z}$), $x = -\frac{\pi}{12} + (2k' + 1) \frac{\pi}{2}$ ovvero $x = \frac{5}{12}\pi + k'\pi$.

Pertanto la soluzione data da Gianna è esatta ed è equivalente a quella fornita da Alberto.