**4** Di quale delle seguenti equazioni differenziali la funzione $y = \dfrac{\ln(x)}{x}$ è soluzione?

$y'' + 2 \cdot \dfrac{y'}{x} = y$

$y' + x \cdot y'' = 1$

$x \cdot y' = \dfrac{1}{x} + y$

$x^2 \cdot y'' + x \cdot y' + \dfrac{2}{x} = y$

**4** Calcoliamo la derivata prima e la derivata seconda della funzione $y=\frac{\ln x}{x}$:

$$y'=\frac{\frac{1}{x}\cdot x-\ln x}{x^2}=\frac{-\ln x+1}{x^2};\ y''=\frac{-\frac{1}{x}\cdot x^2-(-\ln x+1)\cdot 2x}{x^4}=\frac{2\ln x-3}{x^3}$$

Sostituiamo nelle varie equazioni per verificare se $y$ è soluzione.

- Sostituiamo in $y''+2\cdot\frac{y'}{x}=y$.

$$\frac{2\ln x-3}{x^3}+2\frac{-\ln x+1}{x^3}=\frac{2\ln x-3-2\ln x+2}{x^3}=-\frac{1}{x^3}\neq\frac{\ln x}{x}.$$

- Sostituiamo in $y'+x\cdot y''=1$.

$$\frac{-\ln x+1}{x^2}+x\cdot\frac{2\ln x-3}{x^3}=\frac{-\ln x+1+2\ln x-3}{x^2}=\frac{\ln x-2}{x^2}\neq 1.$$

- Sostituiamo in $x\cdot y'=\frac{1}{x}+y$.

$$x\cdot\frac{-\ln x+1}{x^2}=-\frac{\ln x}{x}+\frac{1}{x}\neq\frac{1}{x}+\frac{\ln x}{x}.$$

- Sostituiamo in $x^2\cdot y''+x\cdot y'+\frac{2}{x}=y$.

$$x^2\cdot\frac{2\ln x-3}{x^3}+x\cdot\frac{-\ln x+1}{x^2}+\frac{2}{x}=\frac{2\ln x-3-\ln x+1+2}{x}=\frac{\ln x}{x}.$$

Dunque la funzione data è soluzione della quarta equazione.