7 Si provi che l'equazione: $x^{2011} + 2011x + 12 = 0$ ha una sola radice compresa fra -1 e 0.

7 Associamo all'equazione $x^{2011} + 2011x + 12 = 0$ la funzione $f(x) = x^{2011} + 2011x + 12$. Osserviamo che:

$f(-1) = -1 - 2011 + 12 = 2000 < 0$,
$f(0) = 12 > 0$.

Nell'intervallo $[-1; 0]$ la funzione è continua, pertanto per il teorema di esistenza degli zeri esiste almeno un punto $c \in]-1; 0[$ in cui essa si annulla. Inoltre la funzione è derivabile nell'intervallo $]-1; 0[$; calcoliamo la derivata prima e studiamone il segno:

$f'(x) = 2011x^{2010} + 2011$,
$f'(x) > 0$, $x \in]-1; 0[$.

Pertanto vale il primo teorema di unicità dello zero: esiste ed è unico un punto $x = c$ in cui la funzione si annulla.
Ne segue che l'equazione di partenza ha una sola radice compresa tra -1 e 0.