4 $\boxed{\frac{1}{2}x-\left(2\cdot\frac{x-2}{3}-x\right)=\frac{5}{6}x+\frac{1}{2}}$

Si hanno le seguenti equazioni equivalenti a quella data:

$$\frac{1}{2}x-\frac{2x-4-3x}{3}=\frac{5x+3}{6}\Rightarrow\frac{3x-2(-x-4)}{6}=\frac{5x+3}{6}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 3x+2x+8=5x+3\quad\Rightarrow 5x-5x=3-8\Rightarrow 0=-5.$$

L'equazione non ha soluzioni, e quindi è **impossibile**.

5 *Determinare quale valore si deve attribuire alla «a» perché il polinomio:*

$$A(x)=(a^2+3a-1)x^2-(a^2-a+5)x+\frac{4}{3}a-1,$$

risulti divisibile per $x-1$.

Perché il polinomio $A(x)$ risulti divisibile per $x-1$, deve essere:

$$A(1)=0,\quad \text{cioè}:\quad (a^2+3a-1)\cdot 1^2-(a^2-a+5)\cdot 1+\frac{4}{3}a-1=0,$$

che, ridotta, diventa:

$$4a+\frac{4}{3}a-7=0,\quad \text{da cui si ottiene il valore cercato}:\quad a=\frac{21}{16}.$$

Esercizi proposti

70. $\frac{2}{3}x-1+\frac{x}{6}=15-x-\frac{x}{6}$; $\quad\frac{1}{2}x-1+2x-3+4x-5=1-\frac{1}{2}x.$ $\left[8;\ \frac{10}{7}\right]$

71. $\frac{1}{2}x+3+\frac{1+x}{3}=7-x$; $\quad x-1-\frac{x+3}{2}-3=\frac{1-x}{3}.$ $[2;\ 7]$

72. $\frac{x}{2}+3=5-x$; $\quad 5x-1=7-\frac{x}{3}$; $\quad\frac{x}{3}-2=\frac{5}{3}+x.$ $\left[\frac{4}{3};\ \frac{3}{2};\ -\frac{11}{2}\right]$

73. $\frac{x}{5}+2=\frac{1}{5}-x$; $\quad 2x-\frac{5}{3}=x+\frac{1}{2}-\frac{5x}{6}$ $\left[-\frac{3}{2},\ \frac{13}{11}\right]$

74. $2x+\frac{17-x}{2}=\frac{8-3x}{3}+\frac{25}{3}$; $\quad\frac{x+5}{7}=\frac{x}{3}+1.$ $\left[1;\ -\frac{3}{2}\right]$

75. $\frac{4x}{3}-\frac{2}{3}+\frac{x}{2}+1-15=\frac{x+2}{5}-\frac{x-4}{2}$; $\quad\frac{5-x}{3}+4=0.$ $[8;\ 17]$

76. $\frac{3x-1}{2}-\frac{x+12}{3}+\frac{1}{6}x=0$; $\quad\frac{5y+3}{10}-\frac{y+2}{5}=\frac{1}{2}.$ $\left[\frac{27}{8};\ 2\right]$

77. $\frac{2}{3}-\frac{x+4}{6}=\frac{3x-1}{3}+\frac{5}{6}$; $\quad\frac{5x+3}{7}-\frac{3x+1}{2}=\frac{1}{2}.$ $\left[-\frac{3}{7};\ -\frac{8}{11}\right]$

78. $\frac{x+1}{2}-\frac{x-2}{3}=\frac{6x-1}{6}-\frac{1}{3}$; $\quad 5-\frac{4-2x}{3}=3.$ $[2;\ -1]$

79. $\frac{2x-3}{7}-1=\frac{x-9}{21}+\frac{6-x}{3}-\frac{x}{7}$; $\quad\frac{3x-2}{3}+\frac{x-12}{2}+9=\frac{5x-36}{4}+\frac{5}{3}x.$ $\left[\frac{21}{5};\ 8\right]$

3 $\boxed{\dfrac{3x-9}{4x}-\dfrac{x-3}{2x}=\dfrac{1}{4}}$

L'equazione perde significato per $x = 0$. Escluso pertanto che x sia zero, liberiamo l'equazione dai denominatori. Otteniamo:

$$3x-9-2x+6=x \Rightarrow 0\cdot x=3.$$

Essendo questa equazione impossibile, concludiamo che anche l'equazione frazionaria data è **impossibile.**

Attenzione!

I due esempi precedenti ci offrono due diversi casi di impossibilità di un'equazione frazionaria:

- nel primo caso (esempio 2), l'equazione frazionaria è impossibile perché la soluzione dell'equazione intera, ottenuta dall'eliminazione dei denominatori, è tale da far perdere significato all'equazione frazionaria data;
- nel secondo caso (esempio 3), l'equazione frazionaria è impossibile perché risulta impossibile l'equazione intera ottenuta dall'eliminazione dei denominatori.

4 $\boxed{\dfrac{5}{x+2}-\dfrac{2x+9}{x^2+5x+6}=\dfrac{3}{x+3}}$

Scomponiamo in fattori i denominatori:

$$\frac{5}{x+2}-\frac{2x+9}{(x+2)(x+3)}=\frac{3}{x+3}.$$

Affinché le frazioni algebriche (termini dell'equazione proposta) abbiano significato, deve essere:

$$x+2\neq 0;\quad x+3\neq 0;\quad \text{cioè:}\quad x\neq -2;\quad x\neq -3.$$

Poiché il *m.c.m.* dei denominatori è $(x+2)(x+3)$, procedendo nel solito modo, si ha:

$$5(x+3)-(2x+9)=3(x+2)\Rightarrow 3x+6=3x+6\Rightarrow 0\cdot x=0.$$

L'equazione proposta ha quindi *infinite soluzioni* (*esclusi* i valori $x=-2$ ed $x=-3$) ed è quindi un'**identità.**

Esercizi proposti

Risolvere le seguenti equazioni **frazionarie** *a coefficienti* **numerici.**

140. $\dfrac{2(x-5)}{3(x-2)}=0;$ $\quad\dfrac{3(2x-3)}{x^2}=0;$ $\quad\dfrac{12x-6}{18x+79}=0.$ $\quad\left[5;\ \dfrac{3}{2};\ \dfrac{1}{2}\right]$

141. $\dfrac{2x-1}{x}-1=\dfrac{1}{x};$ $\quad\dfrac{3x-16}{x}=\dfrac{5}{3};$ $\quad\dfrac{5(x-1)}{x+1}=3.$ $\quad[2;\ 12;\ 4]$

142. $\dfrac{1}{3x}-5+\dfrac{1}{6x}=0;$ $\quad\dfrac{1}{2x}+4-\dfrac{1}{x}=\dfrac{2}{x};$ $\quad\dfrac{1}{4x}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{x}.$ $\quad\left[\dfrac{1}{10};\ \dfrac{5}{8};\ -\dfrac{45}{32}\right]$

143. $\dfrac{4}{x}=\dfrac{3}{x+1};$ $\quad\dfrac{5}{x+2}=\dfrac{3}{x+1};$ $\quad\dfrac{3-x}{2x}-\dfrac{5+2x}{3x}=0.$ $\quad\left[-4;\ \dfrac{1}{2};\ -\dfrac{1}{7}\right]$

144. $\dfrac{5x}{3-x}+\dfrac{x+12}{x-3}=0;$ $\quad\dfrac{4(x+1)-7x}{4-x}-2=\dfrac{x+4}{x-4};$ $\quad\dfrac{2x(3-x)}{2-x}+\dfrac{2x}{x-2}=2(2+x).$

[*Impossibile*; *identità*; *impossibile*]

145. $\frac{1}{x-1}=\frac{4}{2x+3}$; $\quad \frac{2x-1}{3x}=\frac{4x+1}{6x-3}$; $\quad \frac{3x-1}{3x}=\frac{3(x-2)}{3x+1}$. $\quad \left[\frac{7}{2};\ \frac{1}{5};\ \frac{1}{18}\right]$

146. $\frac{x+1}{x-2}-2=\frac{x+2}{1-x}$; $\quad \frac{7-3x}{2-x}-\frac{4+3x}{2-3x}=4$; $\quad \frac{3x}{2x+1}-\frac{x}{3x+1}-\frac{7}{6}=0$. $\quad \left[\frac{3}{2};\ \frac{10}{3};\ -\frac{7}{23}\right]$

147. $\frac{(x+1)^2}{x-2}=x+2$; $\quad \frac{9}{x}+\frac{1}{2}=\frac{10}{x}+\frac{4}{9}$; $\quad \frac{7}{x}+\frac{1}{3}=\frac{23-x}{3x}+\frac{7}{12}-\frac{1}{4x}$. $\quad \left[-\frac{5}{2};\ 18;\ 5\right]$

148. $\frac{x-1}{x+2}-\frac{x-2}{x+5}=0$; $\quad \frac{x-1}{x-3}=\frac{x+3}{x-5}$; $\quad \frac{8x}{4x+2}+\frac{-x+1}{x-1}=1$. $\quad \left[\frac{1}{4};\ \frac{7}{3};\ \textit{Impossibile}\right]$

149. $\frac{4-2x}{x+2}=\frac{3x+2}{x-1}-5$; $\quad \frac{x-1}{x-4}=\frac{x-3}{x-5}$; $\quad \frac{3}{x-2}=\frac{5}{2x-3}$ $\quad [6;\ 7;\ -1]$

150. $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-2}-\frac{2}{x-3}=0$; $\quad \frac{3}{2x+2}-\frac{4}{3x+6}=\frac{1}{6x-18}$. $\quad \left[\frac{7}{5};\ 8\right]$

151. $\frac{3-2x}{1-x}=\frac{5-4x}{4-4x}-\frac{3-3x}{3x-1}$; $\quad \frac{3x-1}{2x-6}+\frac{5x-7}{3x-9}=11-\frac{7x+1}{4x-12}$. $\quad [-5;\ 5]$

152. $\frac{x+3}{x-3}-\frac{x+2}{x-2}+1=\frac{x+1}{x-1}$; $\quad \frac{2x+1}{x-2}+\frac{3x-9}{2x-4}=\frac{6x-4}{3x-6}$. $\quad \left[\frac{3}{2};\ \frac{13}{9}\right]$

153. $\frac{3x^2-5x+2}{4x^2-8x+3}=\frac{3}{4}$; $\quad \frac{x-3}{x+9}-\frac{x-5}{x+1}=0$. $\quad \left[\frac{1}{4};\ 7\right]$

154. $\frac{2x+1}{x}-\frac{2x+3}{x+1}-\frac{2}{(x+1)^2}=0$; $\quad \frac{3-4x}{2x}+4=\frac{5}{4}+\frac{7-2x}{x}$. $\quad [1;\ 2]$

155. $\frac{2-x}{x-1}+\frac{12}{5}=\frac{8x-5}{4(x-1)}-1$; $\quad \frac{3x-2}{x-1}-\frac{5x+4}{x+1}+\frac{2x^2-3}{x^2-1}=0$. $\quad \left[\frac{3}{8};\ \frac{1}{2}\right]$

156. $\frac{2(x+3)}{x+1}-\frac{2x-1}{x-1}=\frac{4x+3}{x}-4$; $\quad \frac{1+x}{x-1}+\frac{5-x}{x-2}+2=\frac{2x-1}{x-3}$. $\quad \left[\frac{3}{5};\ \frac{11}{7}\right]$

157. $\frac{y+1}{y-2}+\frac{y-1}{y+2}=\frac{2(y^2+2)}{y^2-4}$; $\quad \frac{2}{y-1}-\frac{1}{y^2-y}=\frac{1}{y}$. $\quad [\textit{Identità; impossibile}]$

158. $\frac{1}{x^2-1}-\frac{1}{x+1}=\frac{1}{x-1}$; $\quad \frac{3x+3}{3x-6}+\frac{x-1}{x+2}=\frac{4(x^2+2)}{2x^2-8}$. $\quad \left[\frac{1}{2};\ \textit{identità}\right]$

159. $\frac{6x+8}{2(x-1)}-\frac{4x-2}{x+1}=\frac{2(5x+2)}{x^2-1}-1$; $\quad \frac{4}{x+1}-\frac{3}{x-1}=\frac{2}{x^2-1}$. $\quad [\textit{Impossibile};\ 9]$

160. $\frac{5x-4}{x-1}-\frac{3x+2}{x+1}+\frac{x^2-2}{x^2-1}=3$; $\quad \frac{4x+9}{x^2-9}-\frac{4x+5}{x^2-3x}=\frac{1}{x^2+3x}$. $\quad \left[\frac{1}{2};\ -\frac{4}{3}\right]$

161. $\frac{2-x}{x^2-2x+1}-\frac{1}{x^2-x}+\frac{1}{x}=0$; $\quad \frac{4}{x-4}-\frac{1}{x-5}+\frac{1}{x-1}=\frac{4}{x-3}$. $\quad [2;\ 7]$

162. $\frac{x+2}{x}+\frac{x^2}{1-x^2}+\frac{2(x^2-2)}{x-x^3}=0$; $\quad \frac{9x+5}{3x+3}-\frac{3x-4}{x-1}+\frac{2(2x-3)}{3x^2-3}=0$. $\quad \left[2;\ -\frac{1}{3}\right]$

163. $\frac{1}{x^2-x}+\frac{2x}{x^3-1}-\frac{3}{x^2+x+1}=0$; $\quad \frac{1-17x}{3x^2+12x}+\frac{3x-1}{2x}-\frac{3x-2}{2x+8}=0$. $\quad \left[-\frac{1}{4};\ 2\right]$